পরিমিতি।

বর্গপরিমাণ ও জরিপ।

নর্ম্যাল, বর্ণাকুলার, ও মাইনর স্কুলসমূহের

ছাত্রদিগের ব্যবহারার্থ

শ্রীনৃসিংহচন্দ্র মুখোপাধ্যায় এম, এ, বি, এল,

প্রণীত।

দ্বিতীয় সংস্করণ।

কালকাতা।

৮ নং ডিকসন্স লেনস্থ স্টিস্কুলবুক প্রেসে

শ্রীবিহারিলাল চক্রবর্ত্তী কর্ত্তৃক

মুদ্রিত ও প্রকাশিত।

১৮৭৯।

DEDICATED

TO

JAMES SUTCLIFFE ESQ M. A.

PRINCIPAL PRESIDENCY COLLEGE CALCUTTA,

REGISTRAR CALCUTTA UNIVERSITY &c. &c.

As a token of sincere esteem and gratitude

By his

Most obedient and dutiful pupil

The compiler.

বিজ্ঞাপন

এই বৎসরের প্রারম্ভে আমাদিগের মহামান্য লেফ্‌টেনাণ্ট গবর্ণর বাহাদুর বর্ণাকুলার ও মাইনর স্কলার্শিপ পরীক্ষার জন্য অন্যান্য বিষয়ের মধ্যে পরিমিতিও নির্দ্দেশ করিয়াছেন। কিছুদিন হইল পরিমিতিশাস্ত্র কলিকাতাবিশ্ববিদ্যালয়ের প্রবেশিকা পরীক্ষার্থও নির্দ্দিষ্ট হইয়াছে। আর নর্ম্যাল স্কুল সমূহেও পরিমিতি পঠিত হইয়া থাকে। পরিমিতির জ্ঞান যে ব্যক্তিমাত্রেরই পক্ষে অত্যাবশ্যক তাহাতে আর সন্দেহ নাই। পরিমিতিশাস্ত্রে সুচারুরূপ জ্ঞান না জন্মিলে জরিপ করিতে পারা যায় না, সুতরাং পরিমিতিশাস্ত্র পাঠ্যমধ্যে নির্দ্দিষ্ট হওয়াতে পরীক্ষার্থীদিগের সবিশেষ উপকার হইতে পারিবে। কিন্তু সংক্ষেপে ও সরল ভাষায় এই বিষয়ে কোন পুস্তক দেখিতে পাওয়া যায় না।

আমি এই অভাব নিরাকরণ করিবার উদ্দেশে হণ্টর, টড্‌হণ্টর প্রভৃতি নানাবিধ ইংরাজী ও ভাস্করাচার্য্য প্রণীত সংস্কৃত গ্রন্থাদি অবলম্বন করিয়া এই ক্ষুদ্র পুস্তকখানি প্রণয়ন করিয়াছি। ইহাতে সমুদয় নিয়ম সরল ভাষায় সুচারুরূপে বুঝাইবার চেষ্টা করিয়াছি। উদাহরণও বহুসংখ্যক দেওয়া হইয়াছে। ফলে ইহার প্রণয়নবিষয়ে আমি যথোচিত পরিশ্রম করিয়াছি। এক্ষণে ইহাদ্বারা পাঠার্থীদিগের কিঞ্চিন্মাত্র উপকার দর্শিলে আমি সমুদয় শ্রম সফল মনে করিব।

জানুয়ারি
১৮৭৬।

শ্রীনৃসিংহচন্দ্র শর্ম্মা।

পরিশিষ্ট।

পারিভাষিক শব্দের ইংরাজী প্রতিবাক্য।

শব্দ	ইংরাজী প্রতিবাক্য।
উপপাদ্য	Theorem
সম্পাদ্য	Problem
রৈখিক পরিমাণ	Linear measure
সমকোণী ত্রিভুজ	Right-angled Triangle
সদৃশ ক্ষেত্র	Similar figure
বৃত্ত	Circle
বৃত্তখণ্ড	Segment of a Circle
বৃত্তচ্ছেদ	Sector of a Circle
পরিধি	Circumference
ব্যাস	Diameter
জ্যা	Chord
ধনু বা পরিধিখণ্ড	Arc
ধনুর উন্নতি বা শর	Height of the arcs
বর্গপরিমাণ	Square measure
পরিমাণফল ক্ষেত্রফল বা কালি	Area
সমকোণী সমান্তরিক	Rectangle
অসমকোণী	Oblique Parallelogram
সমান্তরিক	Parallelogram
[illegible] বা ত্রিভুজ	Triangle
লম্ব	Perpendicular

পরিশিষ্ট।

শব্দ	ইংরাজি প্রতিবাক্য
চতুর্ভুজ ক্ষেত্র	Quadrilateral
ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র	Rectilineal figure
বিষমক্ষেত্র	Irregular figure
বৃত্তাভাস	Ellipse
ক্ষেপণী	Parabola
জরিপ	Surveying
পরিমিতি বা ক্ষেত্রব্যবহার	Mensuration
ঘনপদার্থ	Solid
ঘনফল	Cubic measure
আঁকিবার কম্পাস	Drawing compasses
অর্দ্ধবৃত্তাকার চাঁদা	Semicircular Protractor
গজ	Scale

পরিশিষ্ট সমাপ্ত।

পরিমিতি।

বা

ক্ষেত্রব্যবহার।

প্রথম অধ্যায়—উপক্রমণিকা

প্রথম পরিচ্ছেদ।

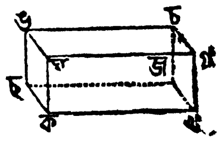
পরিভাষা।

যে শাস্ত্র অধ্যয়ন করিলে রেখা, সমতল ক্ষেত্র ও ঘন অর্থাৎ নিরেট পদার্থের দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধের পরিমাণ, এবং ক্ষেত্র প্রভৃতির ক্ষেত্রফল ও ঘনফল জানা যায়, তাহার নাম পরিমিতি বা ক্ষেত্রব্যবহার।

ক্ষেত্রব্যবহার সমতল ক্ষেত্রের পরিমিতি ও ঘন পদার্থের পরিমিতি, এই দুই প্রধান ভাগে বিভক্ত। সমতল ক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে দৈর্ঘ্য ও বিস্তার দুইটী মাত্র পরিমাণের বিষয় বিবেচনা করিতে হয়। কিন্তু ঘন পদার্থের ফলস্থির করিতে হইলে দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনটী পরিমাণের বিষয় বিবেচনা করিতে হয়।

আমরা ইতস্ততঃ যে সমস্ত পদার্থ দেখিতে পাই, সমুদয়েরই দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনটী পরিমাণ বিদ্যমান আছে। ফলতঃ জগতে এরূপ কোন পদার্থই নাই, যাহার উল্লিখিত তিনটী পরিমাণের মধ্যে দুইটী মাত্র অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ও বিস্তার,

অথবা একটীমাত্র, অর্থাৎ কেবল দৈর্ঘ্য বা কেবল বিস্তার, বিদ্যমান আছে। কিন্তু গণনা করিবার সময় আমরা দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনের মধ্যে একটী বা দুইটী পরিত্যাগ করিয়া কোন বিশেষ পদার্থকে দুইটীমাত্র বা একটীমাত্র পরিমাণবিশিষ্ট বলিয়া বিবেচনা করিতে পারি।



মনে কর এই পার্শ্বস্থ চিত্রটী একটী চকোর কাষ্ঠখণ্ডের প্রতিকৃতি, অথবা যে কোন একটী ঘন পদার্থের প্রতিমূর্ত্তি। মনে কর **কখ** ইহার দৈর্ঘ্য; **খগ** বিস্তার, এবং **খজ** বেধ। এক্ষণে এই তিনটী পরিমাণের একটী ত্যাগ করিয়া কেবল দুইটী অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ও বিস্তার গ্রহণ করা যাইতে পারে। তাহা হইলে কাষ্ঠখণ্ডটীর **কখগঘ** প্রভৃতি এক একটী পৃষ্ঠ, এক একটী সমতল হইবে। সুতরাং সমতল ক্ষেত্রের কেবল দৈর্ঘ্য ও বিস্তার দুইটীমাত্র পরিমাণ আছে এরূপ নির্দ্দেশ করা যায়। আবার যদি সমতল ক্ষেত্রের দুইটী পরিমাণের মধ্যে একটী পরিত্যাগ করা যায়, তাহা হইলে অপরটী অর্থাৎ উল্লিখিত চিত্রের এক একটী পার্শ্ব এক একটী রেখা হইবে। সুতরাং যাহার কেবল দৈর্ঘ্য আছে, বিস্তার ও বেধ নাই, তাহার নাম রেখা, এরূপ লক্ষণ করা গিয়া থাকে। রেখার দৈর্ঘ্য যদি এত অল্প হয়, যে উহার অনুভব হয় না, তাহা হইলে রেখার প্রান্তগুলিকে বিন্দু শব্দে নির্দ্দেশ করা যায়। অর্থাৎ রেখার দৈর্ঘ্য পরিত্যাগ করিয়া দৈর্ঘ্য বিস্তৃতি প্রভৃতি পরিমাণবিহীন পদার্থকে বিন্দু কহা যাইতে পারে। ইহাদ্বারা স্পষ্টই প্রতীতি হইতেছে যে, বিন্দুর প্রসারণ অর্থাৎ

বৃদ্ধিদ্বারা রেখা উৎপন্ন হয়, রেখাদ্বারা কোন অবকাশ পরিবদ্ধ হইলে তল বা পৃষ্ঠ উৎপন্ন হয়, এবং তল বা পৃষ্ঠ উপর্য্যধোভাগে চালিত বা ঘূর্ণিত হইলে ঘন পদার্থের উৎপত্তি হইয়া থাকে।

পরিমিতি বা ক্ষেত্রব্যবহার পাঠ করিতে আরম্ভ করিবার পূর্ব্বে সমগ্র পাটীগণিত ও কতিপয় জ্যামিতিক বিষয়ের বিশেষ জ্ঞান থাকা ছাত্রদিগের পক্ষে নিতান্ত আবশ্যক। যে সকল জ্যামিতিক বিষয়ের জ্ঞান থাকা আবশ্যক, ছাত্রদিগকে স্মরণ করাইবার জন্য তৎসমুদয় নিম্নে লিখিত হইতেছে। পাটীগণিতের বিষয় উল্লেখ করিবার প্রয়োজন নাই, কেবল এই মাত্র বলিলেই পর্য্যাপ্ত হইবে যে, পাটীগণিত অনুসারে বর্গমূলাকর্ষণ-প্রণালীটী বিশেষরূপে অনুশীলন করা বিধেয়।

জ্যামিতিক পরিভাষা।

১। যাহার অংশ নাই, অথবা যাহার দৈর্ঘ্য, বিস্তার, বেধ প্রভৃতি পরিমাণ নাই, তাহার নাম বিন্দু।

বিন্দু কাগজে লিখিয়া প্রকাশ করিতে হইলে একটী কালির দাগ দিতে হয়। এইরূপ বিন্দু যতই ক্ষুদ্র হউক না কেন, উহার যে কিছু না কিছু পরিমাণ আছে, তাহা স্পষ্টই অনুভব হয়, অতএব পাঠার্থীরা এইরূপ লিখিত বিন্দুকে যেন জ্যামিতিক বিন্দু বলিয়া মনে করেন না। জ্যামিতিক বিন্দুর দৈর্ঘ্য বিস্তার প্রভৃতি কিছুই পরিমাণ নাই, এটী সুচারুরূপে ছাত্রদিগের হৃদয়ঙ্গম হওয়া উচিত।

২। যাহার কেবল দৈর্ঘ্য আছে, বিস্তার নাই, তাহার নাম রেখা। রেখা দুই প্রকার, ঋজুরেখা ও কুটিল বা বক্ররেখা।

একটী বিন্দু হইতে অপর একটী বিন্দুর দূরত্ব রেখাদ্বারা প্রকাশিত হয়। বিন্দুদ্বয়ের লঘুতম দূরত্বকে ঋজুরেখা কহে। অর্থাৎ যে রেখা উহার প্রান্তবিন্দুদ্বয়ের মধ্যে সর্ব্বতোভাবে একাভিমুখে অর্থাৎ ঋজুভাবে অবস্থিত থাকে, তাহাকে ঋজুরেখা কহে। আর যে রেখা উক্ত লক্ষণাক্রান্ত নহে, তাহার নাম কুটিল রেখা; বৃত্তের পরিধি একটী কুটিল রেখা।

কাগজে রেখা অঙ্কিত করিলে উহা যতই অপ্রশস্ত হউক না কেন, উহার কিছু না কিছু বিস্তার অবশ্যই থাকে। কিন্তু জ্যামিতিক রেখার কিছুমাত্র বিস্তার নাই, ছাত্রদিগকে এইটী বুঝিয়া লইতে হইবে।

রেখাগুলির দুই প্রান্ত দুইটী বিন্দু, উহাদের পরস্পর সম্পাত-স্থল ও বিন্দু।

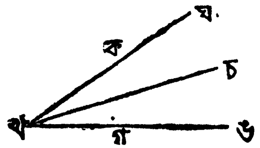
৩। যাহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার এই দুইটী পরিমাণ আছে, কিন্তু বেধ নাই, তাহার নাম তল বা পৃষ্ঠ। তল দুই প্রকার। সমতল ও বিষম তল। যে তলে দুইটী বিন্দু কল্পনা করিলে বিন্দুদ্বয়ের যোজক রেখা সর্ব্বতোভাবে উক্ত তলের সহিত মিলিত হয়, তাহার নাম সমতল। আর যাহা এরূপ নহে তাহার নাম বিষম তল।

তলের সীমাগুলি রেখা এবং দুইটী তল পরস্পরকে ছেদ করিলে সেই অবচ্ছেদনস্থানেও রেখার উৎপত্তি হয়। সমতলের কেবল দৈর্ঘ্য ও বিস্তার আছে, কিছুমাত্র বেধ নাই, এটী বিশেষ করিয়া বুঝিতে হইবে। অতএব কাগজে অঙ্কিত তল প্রকৃত-প্রস্তাবে জ্যামিতিক তল নহে।

৪। যাহার দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনটী পরিমাণ আছে, তাহাকে ঘন পদার্থ কহে। পরিদৃশ্যমান যাবতীয় পদা-

র্থই ঘন পদার্থ। অর্থাৎ যাবতীয় পদার্থেরই দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ তিনটী পরিমাণই আছে।

৫। অভিন্নসমতলস্থ বিভিন্নমুখীন দুই ঋজুরেখা পরস্পর সংলগ্ন হইলে, উহাদের পরস্পর অবনতিকে সামতলিক ঋজুরৈখিক কোণ বলে।



পার্শ্বস্থ প্রতিকৃতিতে **কখ** ও **গখ** ঋজুরেখাদ্বয়, এক **খ** বিন্দুতে পরস্পর সংলগ্ন হইয়া **কখগ** নামক একটী কোণ উৎপন্ন করিতেছে। কোণাশ্রিত রেখাগুলিকে বর্দ্ধিত করিলে কোণের ক্ষতিবৃদ্ধি হয় না, উহা যেমন ছিল তাহাই থাকে। এই স্থলে **খক** ও **খগ** ঋজুরেখাদ্বয়কে যথাক্রমে **ঘ** ও **ঙ** বিন্দু পর্য্যন্ত প্রসারিত করিলেও **কখগ** কোণের কিছুই পরিবর্ত্ত হয় না।

যদি কোন একটী বিন্দুতে একটীমাত্র কোণ উৎপন্ন হয়, তাহা হইলে কোণাশ্রিত বিন্দুটীর নামেই কোণটীর নাম নির্দ্দেশ করা যায়, যথা উপরিলিখিত চিত্রে উৎপন্ন কোণটীর নাম **খ** কোণ। কিন্তু যদি কোন একটী বিন্দুতে দুইটী অপেক্ষা অধিকসংখ্যক ঋজুরেখা পরস্পর সংলগ্ন হইয়া একাধিক কোণ উৎপন্ন করে, তাহা হইলে কোন একটী বিশেষ কোণের নাম নির্দ্দেশ করিতে হইলে, কোণাশ্রিত ঋজুরেখাদ্বয়ের দুইটী প্রান্তবিন্দু ও কোণাশ্রিত বিন্দু এই ত্রিতয়ের নামদ্বারা কোণের নামনির্দ্দেশ করিতে হয়, কিন্তু এরূপ স্থলে কোণাশ্রিত বিন্দুর নামাক্ষরটীকে তিনটী অক্ষরের মধ্যস্থলে রাখিতে হয়। যথা **কখগ** কোণ, **ঘখচ** কোণ, **ঘখঙ** কোণ ইত্যাদি। যে বিন্দুতে কোণোৎপাদক

রেখাগুলি পরস্পর সংলগ্ন হয়, সেই বিন্দুর নাম কোণের শৃঙ্গ বা চূড়া।

যদি কোন একটী কোণকে অপর একটী কোণের উপর এরূপে সংস্থাপিত করা যায় যে, একের উৎপাদক রেখাদ্বয় ঠিক অন্যের উৎপাদক রেখাদ্বয়ের উপর পড়ে ও উভয়ে মিলিয়া যায়, তাহা হইলে ঐ দুইটী কোণ পরস্পর সমান হয়। উপরিস্থ চিত্রে যদি ঘখচ কোণ চখঙ কোণের সহিত সমান হয়, তাহা হইলে সমগ্র ঘখঙ কোণ প্রত্যেকের দ্বিগুণ হইবে। এইরূপে একটী কোণ অপরের তিন গুণ, চারি গুণ প্রভৃতি হইয়া থাকে।

৬। একটী ঋজুরেখার উপর অপর একটী ঋজুরেখা দাঁড় করাইলে যদি দণ্ডায়মান রেখাটীর উভয় পার্শ্বস্থিত সন্নিহিত কোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে উহাদের প্রত্যেকটীকে এক একটী সমকোণ কহে, এবং দণ্ডায়মান ঋজুরেখাটীকে শয়ান রেখার লম্ব কহে।



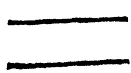
৭। সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর কোণকে স্থূল কোণ কহে।



৮। সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর কোণকে সূক্ষ্মকোণ কহে।



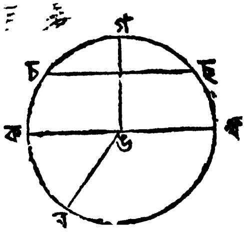
৯। অভিন্নসমতলস্থ যে দুই ঋজুরেখা উত্তরোত্তর উভয় দিকে বর্দ্ধিত হইলেও কখনই পরস্পর সংলগ্ন হয় না, তাহাদিগকে সমান্তর ঋজুরেখা কহে।



১০। এক বা ততোধিক সীমাদ্বারা পরিবদ্ধ স্থানের নাম ক্ষেত্র।

১১। যে সমতল ক্ষেত্র একটী কুটীলরেখাদ্বারা এরূপে পরিবদ্ধ যে, উহার অভ্যন্তরীণ কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে উহার সীমাপর্য্যন্ত যতগুলি ঋজুরেখা টানা যায়, তৎসমুদয় পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে ঐ ক্ষেত্রকে বৃত্ত কহে। বৃত্তের সীমাসূচক কুটিল রেখার নাম পরিধি এবং বৃত্তের অভ্যন্তরীণ নির্দ্দিষ্ট বিন্দুটীর নাম কেন্দ্র।

কম্পাসনামক যন্ত্র যথেচ্ছ বিস্তার করিয়া উহার একটী মুখ স্থির রাখিয়া অপর মুখটীকে সম্পূর্ণরূপে ঘুরাইয়া আনিলে বৃত্তক্ষেত্র অঙ্কিত হইতে পারে। অথবা এক গাছি শক্ত সূত্রের এক প্রান্ত স্থির রাখিয়া অপর প্রান্ত ঘুরাইয়া পূনর্ব্বার পূর্ব্বস্থানে আবৃত্ত করিয়াও বৃত্ত অঙ্কিত করা যায়।



১২। পরিধির যে কোন অংশের নাম চাপ বা ধনু। উপরিস্থ চিত্রে চগছ বৃত্তখণ্ডের নাম ধনু।

১৩। বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করিয়া যে ঋজুরেখা পার্শ্বে পরিধিপর্য্যন্ত গিয়া বিশ্রান্ত হয়, তাহার নাম বৃত্তের ব্যাস, এবং কেন্দ্র হইতে আরম্ভ করিয়া যে ঋজুরেখা পরিধিপর্য্যন্ত টানা যায়, তাহাকে কর্কট বা ব্যাসার্দ্ধ কহে। উপরিস্থ চিত্রে কখ ব্যাস, ও ঙগ ব্যাসার্দ্ধ।

১৪। কোন ব্যাস ও তদ্দ্বারা ছেদিত চাপ বা পরিধিখণ্ডের অন্তর্গত বৃত্তখণ্ডের নাম সামিবৃত্ত বা বৃত্তার্দ্ধ। কখগ একটী সামিবৃত্ত।

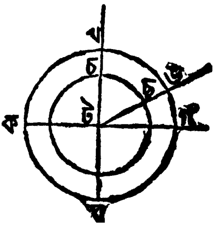
১৫। যে ঋজুরেখা চাপ বা পরিধিখণ্ডের উভয় পার্শ্ব পরস্পর সংযুক্ত করে, তাহাকে বৃত্তের জ্যা কহে। একটী জ্যা ও তদ্দ্বারা ছেদিত পরিধিখণ্ডের অন্তর্গত ক্ষেত্রের নাম বৃত্তখণ্ড। উপরিস্থ চিত্রে চগছ ক্ষেত্র একটী বৃত্তখণ্ড।

১৬। দুইটী (বিভিন্নমুখীন) ব্যাসার্দ্ধ ও তন্মধ্যস্থ চাপের অন্তর্গত ক্ষেত্রের নাম বৃত্তচ্ছেদ। উপরিস্থ চিত্রে কগঙ, গখঙ, কঘঙ, প্রত্যেকে এক একটী বৃত্তচ্ছেদ।

১৭। দুইটী ব্যাসার্দ্ধের পরস্পর সংযোগে উৎপন্ন কোণের নাম বৃত্তচ্ছেদ-কোণ।

১৮। দুইটী পরস্পর সমান্তর জ্যার অন্তর্গত বৃত্তাংশের নাম বৃত্তের কটিবন্ধ। উপরিস্থ ক্ষেত্রে চছখক ক্ষেত্র একটী কটিবন্ধ।

১৯। এক কেন্দ্র হইতে ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্দ্ধ লইয়া যে সকল বৃত্ত অঙ্কিত করা যায়, তাহাদিগকে ঐককেন্দ্রিক বৃত্ত কহে।



উপরে কথিত হইয়াছে যে, পরিধির যে কোন অংশকে চাপ বা ধনু কহে। পার্শ্বস্থ বৃত্তে কখ ও খঙ এক একটী চাপ। বৃত্তের কেন্দ্র হইতে কোন নির্দ্দিষ্ট চাপ বা ধনুর দুই প্রান্তে দুইটী ঋজুরেখা টানিলে ঐ উভয়ের মধ্যে যে একটী কোণ উদ্ভূত হয়, তাহার আপেক্ষিক পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট চাপ বা ধনু ও সমগ্র পরিধির যে পরস্পর সম্বন্ধ তদ্দ্বারা প্রকাশিত হইয়া থাকে। অর্থাৎ কোন নির্দ্দিষ্ট ধনুর সহিত সমগ্র পরিধির যে অনুপাত অর্থাৎ সম্বন্ধ, কোন নির্দ্দিষ্ট ধনুর অভিমুখীন কোণের সহিত বৃত্তের কেন্দ্রাশ্রিত কোণসমষ্টিরও অবিকল সেই সম্বন্ধ, অর্থাৎ কোন নির্দ্দিষ্ট ধনু, সমগ্র পরিধির যত অংশ ঐ

ধনুর উভয় প্রান্ত হইতে কেন্দ্রপর্য্যন্ত দুইটী ঋজুরেখা টানিলে, ঐ ঋজুরেখাদ্বয় যে কোণটী উৎপন্ন করে, তাহাও কেন্দ্রাশ্রিত কোণ-সমষ্টির তত অংশ। উপরিস্থ চিত্রে দুইটী ঐককেন্দ্রিক বৃত্ত রহিয়াছে। মনে কর বহিস্থ বৃত্তের **খঙ** ধনু বৃহত্তর বৃত্তের, অর্থাৎ যাহার ব্যাসার্দ্ধ **টক** ঋজুরেখা, তাহার সমগ্র পরিধির ষষ্ঠাংশ, তাহা হইলে অন্তরীণ বৃত্তের **চছ** ধনু ও অন্তরীণ ক্ষুদ্রতর বৃত্তের সমগ্র পরিধির ষষ্ঠাংশ হইবে। সুতরাং **ট** বিন্দুকে কেন্দ্র লইয়া যতই বৃত্ত অঙ্কিত করা যাউক না কেন, প্রত্যেক বৃত্তেরই **টখ**, ও **টঙ**, বা বর্দ্ধিত **টখ**, বা **টঙ** ঋজুরেখাদ্বয়ের অন্তর্ব্বর্ত্তী ধনু নিজ নিজ সমগ্র পরিধির ষষ্ঠাংশ হইবে। এবং ঐ দুই ঋজুরেখার অন্তর্গত কোণ দুইটী যতই কেন বর্দ্ধিত হউক না, উহারা সর্ব্বদাই বৃত্তের কেন্দ্রাশ্রিত কোণসমষ্টির ষষ্ঠাংশ হইবে।

কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে ভিন্ন ভিন্ন দিকের অভিমুখ, অথবা ভিন্ন ভিন্ন দিক হইতে কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দুর দিকে অভিমুখ দুইটী ঋজুরেখার পরস্পর সংযোগে কোণ উৎপন্ন হয়। অর্থাৎ এইরূপ ঋজু-রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত অবকাশের নাম কোণ। কোণাশ্রিত ঋজুরেখা-দ্বয়ের ক্ষতিবৃদ্ধিদ্বারা কোণের হ্রাসবৃদ্ধি হয় না। এই জন্য বিভিন্ন-মুখীন দুই ব্যাসার্দ্ধ বা কর্কটের পরস্পর অবনতিকেও কোণ বলা গিয়া থাকে। এই লক্ষণ দ্বারা স্পষ্টই বোধ হইবে যে, কোণা-শ্রিত রেখাদ্বয়ের হ্রাসবৃদ্ধিদ্বারা কোণের হ্রাসবৃদ্ধি হয় না।

কোণ-পরিমাণের সুবিধার জন্য প্রত্যেক বৃত্তের পরিধিকে ৩৬০ সমান অংশ বা ধনুতে বিভক্ত করা হইয়া থাকে। এই ৩৬০ ভাগের প্রত্যেকটীকে এক একটী অংশ কহে। এই পারি-ভাষিক অংশগুলি কোণ-পরিমাণের নিয়ামকস্বরূপ ব্যবহৃত হয়। কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দুতে কতিপয় ঋজুরেখা পরস্পর সংলগ্ন

হইলে উহাদের দ্বারা যতগুলি কোণ উৎপন্ন হইতে পারে, তৎসমুদয়ের সমষ্টি চারিটী সমকোণের সমষ্টিস্বরূপ। অর্থাৎ এক নির্দ্দিষ্ট বিন্দুকে আশ্রয়পূর্ব্বক উহার চতুর্দ্দিকে যতগুলি কোণ উৎপন্ন হইতে পারে, তৎসমুদয়ের সমষ্টি একত্র সমবায়ে চারিটী সমকোণের সহিত সমান। ইহা ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ে সপ্রমাণ করা হইয়াছে। অতএব বৃত্তক্ষেত্রের কেন্দ্রকে আশ্রয় করিয়া উহার চতুর্দ্দিকে কেন্দ্রভেদী ও আপরিধিবিশ্রান্ত ঋজুরেখাসমূহের পরস্পর সংযোগদ্বারা যতগুলি কোণ উৎপন্ন হইতে পারে, তৎসমুদয়ের সমষ্টিও চারিটী সমকোণের সহিত সমান। এক্ষণে প্রতিপন্ন হইতেছে যে, বৃত্তের পরিধি ৩৬০ সমান ভাগে বিভক্ত, ঐ ৩৬০ অংশের একটী বা একাধিক অথবা এক অপেক্ষা ন্যূন সংখ্যাদ্বারা প্রকাশিত কেন্দ্রাশ্রিত কোণগুলি যতই ক্ষুদ্র বা বৃহৎ হউক না কেন, উহাদের পরিমাণ অতি সুন্দররূপে প্রকাশিত হইয়া থাকে। কোণের পরিমাণ নিম্নলিখিত প্রকারে প্রকাশ করা যায়। মনে কর যদি একটী কোণ, উহার শৃঙ্গ অর্থাৎ কোণিক বিন্দুকে কেন্দ্র, ও কোণোৎপাদক ঋজুরেখাদ্বয়ের যে কোন অংশকে দূরত্ব গ্রহণ করিয়া যে বৃত্তটী অঙ্কিত করিতে পারা যায়, তাহার সমগ্র পরিধির ৩৬০ ভাগের এক ভাগের অভিমুখীন হয়, তাহা হইলে উক্ত কোণের পরিমাণ এক অংশ হইবে। দুইটী অংশের অভিমুখীন হইলে কোণটীর পরিমাণ দুই অংশ হইবে। এইরূপে কোণটী পরিধির ৩৬০ অংশের যত অংশের অভিমুখীন হইবে, কোণের পরিমাণও তত অংশ বলিতে হইবে। যদি কোণটী বৃত্তপরিধির ৬০ সংখ্যক পারিভাষিক অংশ অর্থাৎ সমগ্র বৃত্ত পরিধির ষষ্ঠাংশের অভিমুখীন হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ ৬০ অংশ হইবে। দুইটী ঋজুরেখার পরস্পর অবনতি ৪৫

অংশের সমান বলিলে এই বুঝাইবে যে, উক্ত ঋজুরেখাদ্বয় যে বিন্দুতে পরস্পর সংলগ্ন হইতেছে, যদি ঐ বিন্দুকে কেন্দ্র ও ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে যে কোনটীর যে কোন অংশকে দূরত্ব লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত করা যায়, তাহা হইলে সেই বৃত্তের সমগ্র পরিধির অষ্টমাংশ পরিমাণ ধনু সেই ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত হইবে। অর্থাৎ উক্ত ঋজুরেখাদ্বয়ের পরস্পর সংযোগে উৎপন্ন কোণ ৪৫ অংশ পরিমাণ হইবে।

যদি দুইটী ঋজুরেখা পরস্পর সংলগ্ন হইয়া ৯০ অংশপরিমাণ একটী কোণ উৎপন্ন করে, তাহা হইলে উক্ত কোণকে একটী সমকোণ কহে। অব্যবহিত পূর্ব্বের চিত্রে **কটখ**, ও **খটগ** কোণদ্বয় প্রত্যেকে এক একটী সমকোণ। এইরূপ কোণকে সমকোণ বলিবার তাৎপর্য্য এই যে, উক্ত ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে একটীকে বর্দ্ধিত করিলে ঋজুরেখাটীর অপর পৃষ্ঠে উৎপন্ন উল্লিখিত কোণের সন্নিহিত অর্থাৎ প্রত্যাসন্ন কোণটী উল্লিখিত কোণের সহিত সমান হইবে, অর্থাৎ কোণদ্বয় প্রত্যেকে এক একটী সমকোণ,* এবং ঋজুরেখাদ্বয় পরস্পরের লম্ব। এক্ষণে স্পষ্টই প্রতিপন্ন হইল যে, একটী ঋজুরেখা অপর একটী ঋজুরেখার উপর দণ্ডায়মান হইলে যদি রেখাদ্বয়ের পরস্পর সংযোগে উৎপন্ন অন্যোন্যসন্নিহিত কোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে প্রত্যেকটীকে এক একটী সমকোণ কহে। সমুদয় জ্যামিতিক গ্রন্থে এই প্রকারেই সমকোণের লক্ষণ নির্দ্দিষ্ট হইয়া থাকে।

সমকোণ অপেক্ষা ন্যূন কোণকে সূক্ষ্ম কোণ কহে। অর্থাৎ ৯০ অপেক্ষা ন্যূনসংখ্যক অংশের অভিমুখীন কোণের নাম সূক্ষ্ম কোণ। আর সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর অর্থাৎ ৯০ অংপেক্ষা অধিকসংখ্যক অংশের অভিমুখীন কোণকে স্থূল কোণ কহে।

যদি বৃত্তের পরিধিকে ঠিক চারিটী সমান খণ্ডে বিভক্ত করা যায়, তাহা হইলে প্রত্যেক খণ্ডকে এক একটী সমকোণ থাকে। অতএব স্পষ্টই বোধ হইতেছে যে, বৃত্তার্দ্ধে সর্ব্বসমেত দুইটী মাত্র সমকোণ থাকে।

সূক্ষ্ম গণনা করিবার জন্য প্রত্যেক অংশ আবার ৬০ সমান ভাগে বিভক্ত হয়, ইহাদের এক একটীর নাম কলা। অংশের ন্যায় কলাও ৬০ সমান ভাগে বিভক্ত হইয়া থাকে, এই ৬০ ভাগের এক একটীর নাম বিকলা। অংশ, কলা, ও বিকলা নিম্নলিখিত প্রকারে প্রকাশিত হয়। যথাঃ—(৬ঃ); (৫′); (৪″); অর্থাৎ ৬০ অংশ; ৫ কলা; ৪ বিকলা।

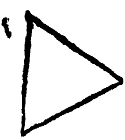
২০। তিন বা ততোধিক ঋজুরেখার দ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রকে ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র কহে। ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের সীমাসূচক ঋজুরেখাগুলিকে উহার ভুজ কহে।

২১। তিনটী ঋজুরেখাদ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রের নাম ত্রিভুজ বা ত্র্যস্র।

২২। চারিটী ঋজুরেখাদ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রকে চতুর্ভুজ বা চতুরস্র কহে।

২৩। চারি অপেক্ষা অধিকসংখ্যক ঋজুরেখাদ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রকে বহুভুজ কহে। পঞ্চভুজ, ষড়ভুজ প্রভৃতি যাবতীয় ক্ষেত্রের সাধারণ নাম বহুভুজ। যে বহুভুজের সমুদয় ভুজ ও সমুদয় কোণগুলি পরস্পর সমান, তাহাকে সম অথবা নিয়ত বহুভুজ কহে।

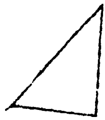
২৪। যে ত্রিভুজের তিনটী ভুজই পরস্পর সমান, তাহাকে সমবাহু ত্রিভুজ কহে।

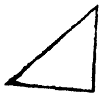


২৫। যে ত্রিভুজের দুইটী ভুজ পরস্পর সমান, তাহাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ কহে।



২৬। যে ত্রিভুজের তিনটী ভুজই পরস্পর অসমান, একটীও অপরটীর সমান নহে, তাহাকে বিষমবাহু ত্রিভুজ কহে।





২৭। যে ত্রিভুজের মধ্যে একটী সমকোণ আছে, তাহাকে সমকোণী ত্রিভুজ কহে। কোনত্রিভুজেরই একটী ও কোণ এক সমকোণ অপেক্ষা অধিক হইতে পারে না। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের অভিমুখীন ভুজের নাম কর্ণ। আর সমকোণটী যে দুই ভুজের অন্তর্গত, উহাদের মধ্যে একের নাম কোটি বা লম্ব, ও অপরের নাম ভূমি।

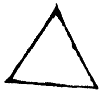
২৮। যে ত্রিভুজের মধ্যে একটী স্থূল কোণ থাকে, তাহাকে স্থূলকোণী ত্রিভুজ কহে।



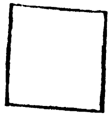
২৯। যে ত্রিভুজের তিনটী কোণই সূক্ষ্মকোণ, তাহার নাম সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ।

কোন ত্রিভুজের তিনটী ভুজের মধ্যে যে কোনটাকে উহার ভূমি বলা যাইতে পারে। যে ভুজটীকে ভূমিস্বরূপে গ্রহণ করা যায়, উহার অভিমুখীন কৌণিক বিন্দু হইতে উহার উপর লম্বপাত করিলে, ঐ লম্বকে ত্রিভুজের উন্নতি বা উচ্ছ্রায় কহে।

৩০। চতুর্ভুর্জ ক্ষেত্রগুলির মধ্যে যাহার পরস্পর অভিমুখীন ভুজগুলি সমান্তর, তাহার নাম সমান্তরিক।



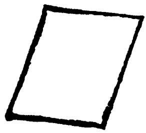
৩১। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের চারিটী কোণই সমকোণ, তাহাকে সমকোণী সমান্তরিক বা আয়তক্ষেত্র কহে।



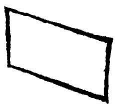
৩২। যে সমকোণী সমান্তরিকের চারিটী ভুজ পরস্পর সমান, তাহাকে সমচতুভুর্জ, বর্গক্ষেত্র, বা সমচতুরস্র কহে।



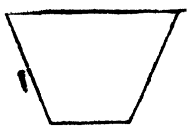
৩৩। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের চারিটী ভুজই পরস্পর সমান, কিন্তু যাহার একটী কোণও সমকোণ নহে, তাহাকে বিষমকোণী সমচতুভুর্জ বা রম্বস কহে।



৩৪। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের পরস্পর অভিমুখীন ভুজগুলি সমান, কিন্তু একটী কোণও সমকোণ নহে, তাহাকে রম্বেড বা বিষমকোণী আয়ত কহে।



৩৫। যে চতুর্ভুর্জ ক্ষেত্রের পরস্পর অভিমুখীন ভুজগুলি সমান্তর নহে, তাহাকে ট্রাপীজিয়ম কহে।



৩৬। যে চতুর্ভুর্জের কেবল দুইটী ভুজ পরস্পর সমান্তর, তাহাকে ট্রাপীজিয়ড কহে।

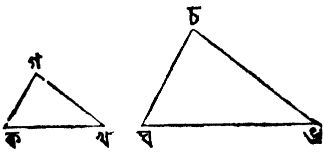
৩৭। যে ঋজুরেখা কোন চতুর্ভুজের দুইটী পরস্পর অভিমুখীন কোণকে সংলগ্ন করে, তাহাকে চতুর্ভুজের কর্ণ কহে। বহুভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর বিপ্রকৃষ্ট কোণদ্বয় যে ঋজুরেখাদ্বারা সংযুক্ত হয়, তাহাকেও বহুভুজের কর্ণরেখা কহে। সমকোণী ত্রিভুজের লম্বটীই উহার উন্নতি। স্থূলকোণী ত্রিভুজের ভূমিতে লম্ব টানিতে হইলে ভূমি বর্দ্ধিত করিতে হয়।

৩৮। সমান্তরিক ক্ষেত্রের চারি ভুজের যে কোনটীকে ভূমিস্বরূপে গ্রহণ করা যাইতে পারে। যে ভুজটীকে ভূমিস্বরূপে গ্রহণ করা হয়, উহার অভিমুখীন ভুজের যে কোন বিন্দু হইতে উহার উপর লম্ব টানিলে ঐ লম্বকে সমান্তরিকের উন্নতি কহে।

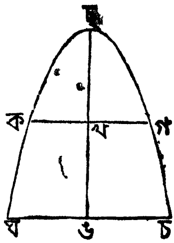
৩৯। যদি একটী ঋজুরেখা বৃত্তে সংলগ্ন হইয়া প্রসারিত হইলেও বৃত্তকে ভেদ না করে, তাহা হইলে উক্ত রেখাটী উক্ত বৃত্তকে স্পর্শ করিতেছে এরূপ বলা যায়, এবং উক্ত প্রকার রেখাকে বৃত্তের স্পর্শনী কহে।

৪০। সমানসংখ্যক ভুজবিশিষ্ট দুই ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের মধ্যে যদি একের ভুজগুলি অন্যের ভুজগুলির সহিত সমানুপাত হয় অর্থাৎ সমান সম্বন্ধ বহন করে, এবং প্রত্যেকের সমানুপাতী দুই দুই ভুজের অন্তর্গত কোণসকল, অন্যের তাদৃশ কোণসমূহের সহিত যথাক্রমে সমান হয়, তাহা হইলে উক্ত ক্ষেত্রগুলিকে পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র কহে। যদি ক্ষেত্রদ্বয়ের কোণগুলিই কেবল যথাস্ব সমান হয়, কিন্তু ভুজগুলি পরস্পর সমান সম্বন্ধ বহন না করে, তাহা হইলে ক্ষেত্রগুলিকে সদৃশ ক্ষেত্র বলা যাইতে পারে না। এইরূপ যদি কোন ক্ষেত্রদ্বয়ের ভুজগুলি পরস্পর সমান হয়, কিন্তু কোণগুলি সমান থাকে না, তাহা হইলেও ক্ষেত্র-

গুলিকে সদৃশ ক্ষেত্র বলা যায় না। কিন্তু ত্রিভুজ ক্ষেত্রদ্বয়ের মধ্যে, একের ভুজগুলি অন্যের ভুজগুলির সহিত সমানুপাতী হইলে ক্ষেত্রদ্বয় পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র হইবে, কারণ ত্রিভুজদ্বয়ের ভুজগুলি সমানুপাতী হইলেই উহাদের কোণগুলি ও পরস্পর সমান হইবে। এইরূপ ত্রিভুজদ্বয়ের কোণগুলি পরস্পর সমান হইলে উহাদের ভুজগুলি ও পরস্পর সমানুপাতী হইবে। মনে কর কখগ, ঘঙচ, দুইটী ত্রিভুজ, এবং ইহাদের কোণগুলি পরস্পর সমান, অর্থাৎ ক কোণ = ঘ কোণ; খ কোণ = ঙ কোণ; এবং গ কোণ = চ কোণ। তাহা হইলে, সমান সমান কোণের অভিমুখীন ভুজগুলি সমানুপাত হইবে। অর্থাৎ যদি ঙচ ভুজ, খগ ভুজের দ্বিগুণ হয়, তাহা হইলে চঘ ভুজ ও গক ভুজের দ্বিগুণ হইবে, যদি ঙচ ভুজ খগ ভুজের তিন গুণ হয়, তবে চঘ ভুজ ও গক ভুজের তিন গুণ হইবে। ইত্যাদি। এইরূপ ত্রিভুজগুলিকে পরস্পর সদৃশ ত্রিভুজ কহে। ত্রিভুজের ন্যায় বহুভুজ ক্ষেত্রের বিষয়েও এই প্রকার বুঝিতে হইবে।



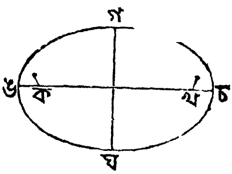
৪১। যদি কোন একটী বিন্দু এরূপে চালিত হয়, যে অন্য একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে উহার যে দূরত্ব, তাহা, ঐ চালিত বিন্দু হইতে একটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার উপর লম্বপাত করিলে বিন্দুটী যে স্থানে অবস্থিত হউক না কেন, সর্ব্বদাই ঐ লম্বের সহিত সমান হয়, তাহা হইলে



ঐ চালিত বিন্দুর গতিবশতঃ যে কুটিল রেখা অঙ্কিত হয়, তাহাকে ক্ষেপণী বা প্যারাবোলা কহে।

নির্দ্দিষ্ট বিন্দুটীর মধ্য দিয়া অঙ্কিত যে ঋজুরেখাটী প্যারাবোলাকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করে, তাহাকে উহার অক্ষদণ্ড কহে। উপরিস্থ চিত্রে ছুঙ ঋজুরেখাটী প্যারাবোলার অক্ষদণ্ড।

৪২। যদি একটী বিন্দু এরূপে চলিতে থাকে যে, যে কোন দুই নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে উহার যে পৃথক্ পৃথক্ দূরত্ব ঐ উভয়ের সমষ্টি সর্ব্বদা একই থাকে, তাহা হইলে উক্ত বিন্দুদ্বারা যে কুটিল রেখা অঙ্কিত হয়, তাহাকে বৃত্তাভাস বা ইলিপ্স ক্ষেত্র কহে। উল্লিখিত নির্দ্দিষ্ট বিন্দুদ্বয়ের প্রত্যেকটীকে এক একটী অধিশ্রয় কহে। আর অধিশ্রয়দ্বয়-সংযোজকরেখা যে বিন্দুতে দুই সমান খণ্ডে বিভক্ত হয়, তাহাকে কেন্দ্র কহে। কেন্দ্র ভেদ করিয়া যে ঋজুরেখা অধিশ্রয়দ্বয়ের মধ্য দিয়া পরিধি স্পর্শ করে, তাহাকে বৃহত্তর ব্যাস, ও কেন্দ্রের মধ্য দিয়া অঙ্কিত বৃহত্তর ব্যাসের লম্ব পরিধি স্পর্শ করিলে উহাকে ক্ষুদ্রতর ব্যাস কহে।



৪৩। যদি কোন ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের অভ্যন্তরে আর একটী ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র এরূপে অঙ্কিত করা যায়, যে অভ্যন্তরীণ ক্ষেত্রটীর কোণগুলি যথাক্রমে বহিস্থ ক্ষেত্রটীর এক একটী ভুজের উপর অবস্থিত হয়, তাহা হইলে অভ্যন্তরীণ ক্ষেত্রটী বহিস্থ ক্ষেত্রের অভ্যন্তরে অঙ্কিত হইয়াছে বলিয়া নির্দ্দেশ করা যায়।

৪৪। একটী ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র অন্য একটী ক্ষেত্রের বাহিরে যদি এরূপে অঙ্কিত হয় যে বহিস্থ ক্ষেত্রটীর যাবতীয় ভুজগুলি অন্তরীণ ক্ষেত্রটীর যাবতীয় কৌণিক বিন্দুগুলির মধ্য দিয়া অতি-

১০। সমকোণ মাত্রই পরস্পর সমান।

১১। দুইটী ঋজুরেখাদ্বারা কোন অবকাশ পরিবদ্ধ হইতে পারে না।

১২। দুই ঋজুরেখার সহিত অন্য এক ঋজুরেখার সম্পাত হইলে, তাহার এক পৃষ্ঠের দুই অন্তরীণকোণ, যদি একত্র সমবায়ে দুই সমকোণ অপেক্ষা ন্যূন হয়, তাহা হইলে যে পৃষ্ঠস্থ দুই কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা ন্যূন, সেই দিকে ঐ দুই ঋজুরেখাকে উত্তরোত্তর বৰ্দ্ধিত করিলে অবশেষে তাহারা পরস্পর সংলগ্ন হইবে।

জ্যামিতির চিহ্ন নিরূপণ বা সাঙ্কেতিক চিহ্ন।

= এই চিহ্নের নাম "সমিত"। এক রাশির সহিত অন্য রাশির সাম্য থাকিলে তাহা এই চিহ্নের দ্বারা প্রকাশিত হয় যথা, ৩ ফুট = ১ গজ।

+ এই পতঙ্গাকার চিহ্নের নাম " ধন " বা " সংহিত। দুই রাশির মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হইলে উভয়কে পরস্পর সংযোগ করিতে হয়। যথা, ২+২ = ৪।

— এই চিহ্নের নাম "ঋণ" বা "হীনিত। দুই রাশির মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হইলে উহাদের মধ্যে গুরুতর রাশি হইতে লঘুতর রাশির বিয়োগ করিতে হয়। যথা ৪—২ = ২।

× এই বজ্রাকার চিহ্নের নাম "গুণ"। দুই বা ততোধিক রাশি পরস্পর গুণ করিতে হইলে উহাদের মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহার করিতে হয়। যথা ২×২ = ৪। কোন রাশি সেই রাশি দ্বারা গুণিত হইলে গুণফলকে ঐ রাশির বর্গ কহে। যথা ৫ এই রাশির বর্গ ২৫।

কোন রাশিকে সেই রাশি দ্বারা পুনঃ পুনঃ গুণ করিলে যতবার গুণ করা যায়, তৎসংখ্যক অঙ্ককে ঐ রাশির মস্তকের ডানি দিকে ক্ষুদ্রাকারে বসাইয়া দিলে সেই গুণফল ব্যক্ত হয়। যথা $৫\times৫=৫^{২}=২৫$, ইত্যাদিকে যথাক্রমে ৫ এই রাশির বর্গ, বা দ্বিঘাত, ঘন বা ত্রিঘাত ইত্যাদি কহে। রাশির ডানিদ্দিকে লিখিত ক্ষুদ্রাকার রাশির নাম ঐ রাশির শক্তি।

$\div$ এই চিহ্নের নাম ভাজক। যে যে রাশির মধ্যে এই চিহ্ন থাকে তাহাদের প্রথমকে দ্বিতীয় দ্বারা হরণ করিতে হয়। যথা $২০\div৫=৪$। হার্য্য রাশি হারক রাশির উপরে এইরূপে থাকিলেও ঐ হরণের অর্থ বুঝায়, যথা $\frac{৩}{৫}=৩\div৫$। $\frac{৩}{৫}$ এইরূপ রাশিকে ভগ্নাংশ কহে। ৩, ভগ্নাংশের লব, ও ৫ ভগ্নাংশের হর।

$\sqrt{}$ এই চিহ্নের নাম মূলজ বা মৌলিক। কোন রাশির বামদিকে এই চিহ্ন থাকিলে বুঝিতে হইবে যে, ঐ রাশির বর্গ-মূল নিষ্কাশিত করিতে হইবে, অর্থাৎ সেই রাশিকে এমন ভাগ করিতে হইবে সেই ভাগফলকে দ্বিঘাত করিলে পূর্ব্বরাশি উৎ-পন্ন হইবে। যথা, $\sqrt{৯}=৩$।

এক রাশির সহিত অন্য রাশির যে সম্বন্ধ তাহার নাম অনু-পাত। অনুপাত প্রকাশার্থ কয়েকটী বিন্দুমাত্র ব্যবহৃত হইয়া থাকে। যথা, ২: ৩:: ৪: ৬, অর্থাৎ ২ দুই এই রাশির ৩ এই রাশির সহিত যে সম্বন্ধ, ৪ এই রাশির ৬ এই রাশির সহিত অবিকল সেই সম্বন্ধ। অনুপাত ভগ্নাংশের আকারেও প্রকাশ করা যায়। যথা, $\frac{২}{৩}=\frac{৪}{৬}$।

উপরি উক্ত কয়েক প্রকার চিহ্ন ব্যতীত অঙ্ক কসিবার সুবি-ধার জন্য ( ), [ ], { }, ইত্যাদি নানাপ্রকার বন্ধনী ব্যবহৃত হইয়া থাকে।

প্রথম অধ্যায়—উপক্রমণিকা।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

আবশ্যক উপপাদ্য ও সম্পাদ্য।

ইউক্লিডের দ্বাদশাধ্যায়াত্মক জ্যামিতি পাঠ করিবার সময়, ছাত্রদিগের মনে এরূপ তর্ক উপস্থিত হইতে পারে, যে জ্যামিমিতির প্রতিজ্ঞাগুলি দ্বারা কোন প্রকার সাংসারিক কার্য্য নির্ব্বাহ হইতে পারে কি না। কিন্তু পরিমিতি, জরিপ প্রভৃতি ব্যবহারিক জ্যামিতি পাঠ করিবার সময়, অনায়াসেই উক্ত তর্কের মীমাংসা হয়, কারণ জ্যামিতিক প্রতিজ্ঞাগুলিই পরিমিতিশাস্ত্রের মূলসূত্রস্বরূপ। রেখার পরিমাণ, জ্যামিতিক ক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল, বা ঘন পদার্থের ঘনফল নিরূপণ করিতে হইলে কতকগুলি জ্যামিতিক প্রতিজ্ঞার জ্ঞান থাকা নিতান্ত আবশ্যক। অতএব পরিমিতিজ্ঞানের পক্ষে অত্যাবশ্যক কতিপয় জ্যামিতিক উপাপাদ্য ও সম্পাদ্য প্রতিজ্ঞা নিম্নে প্রকটিত হইতেছে। এই স্থলে প্রথমে ত্রিভুজ, পরে কোণ, পরে ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ প্রভৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ঐক্যবিষয়ক, পরে বৃত্তক্ষেত্রের গুণবিষয়ক, এবং সর্ব্বশেষে সদৃশ ত্রিভুজবিষয়ক প্রতিজ্ঞা লিখিত হইয়াছে।

উপপাদ্য।

১ম প্রতিজ্ঞা। দুইটী ত্রিভুজের মধ্যে যদি একটীর দুই ভুজ, অপরের দুই ভুজের সহিত যথাস্ব সমান হয়, এবং ঐ দুই

ত্রিভুজের সমান সমান ভুজের অন্তর্গত দুইটী কোণ পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে ঐ দুই ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

[এইটী ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের চতুর্থ প্রতিজ্ঞা, উভয় ত্রিভুজের পরস্পর উপস্থাপন প্রক্রিয়া দ্বারা এই প্রতিজ্ঞা অতি সহজেই সপ্রমাণ হয়। অতএব এই স্থলে ইহার উপপত্তি আর স্বতন্ত্ররূপে লিখিত হইল না, শিক্ষকমহাশয় এইটীর প্রমাণ ছাত্রদিগকে স্মরণ করাইয়া দিবেন।]

২য় প্রতিজ্ঞা। দুইটী ত্রিভুজের মধ্যে, যদি একের দুইটী কোণ, অপরের, দুইটী কোণের সহিত যথাস্ব সমান হয়, এবং একের সমান কোণদ্বয়ের নেদিষ্ট ভুজ, অপরের তাদৃশ ভুজের সহিত সমান হয়, তাহা হইলে ঐ দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

[এইটী ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ২৬ প্রতিজ্ঞা, উপরি উল্লিখিত ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের চতুর্থ প্রতিজ্ঞার উপর্য্যুপরি দুই তিন বার প্রয়োগ দ্বারা এই প্রতিজ্ঞাটী সপ্রমাণ হইবে। শিক্ষক মহাশয় ছাত্রদিগকে এইটীর প্রমাণ প্রণালী স্মরণ করাইয়া দিবেন।]

৩য় প্রতিজ্ঞা। দুইটী ত্রিভুজের ভুজগুলি পরস্পর সমান হইলে উহাদের কোণগুলিও পরস্পর সমান হইবে, অর্থাৎ ত্রিভুজেদ্বয়ের ভুজদ্বয় ও ভূমি যথাস্ব সমান হইলে, ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সর্ব্বতোভাবে সমান হইবে।

[এই প্রতিজ্ঞাটী ইউক্লডের প্রথম অধ্যায়ের অষ্টম প্রতিজ্ঞা। ইহার উপপত্তিও অতিশয় সহজ, সুতরাং উহার আর পুনরুল্লেখ করা হইল না, শিক্ষক মহাশয় বুঝাইয়া দিবেন।]

৪র্থ প্রতিজ্ঞা। যদি কোন ত্রিভুজের দুইটী ভুজ পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে উহাদের অভিমুখীন কোণ দুইটীও পরস্পর সমান হইবে, অর্থাৎ সমবাহু ত্রিভুজের ভূমির অভিমুখীন কোণদ্বয় পরস্পর সমান, এবং উহার ভুজদ্বয় বর্দ্ধিত করিয়া দিলে ভূমির অপর পৃষ্ঠস্থ কোণদ্বয় ও পরস্পর সমান হইবে।

[এইটী ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের পঞ্চম প্রতিজ্ঞা। উপরি লিখিত ১ম প্রতিজ্ঞা অর্থাৎ ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ৪র্থ প্রতিজ্ঞার উপর্য্যুপরি দুই তিন বার প্রয়োগ দ্বারা এই প্রতিজ্ঞার উপপত্তি হইবে। শিক্ষকমহাশয় এইটীর উপপত্তি করিবেন।]

৫ম প্রতিজ্ঞা। যদি কোন ত্রিভুজের দুইটী কোণ পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে উহাদের অভিমুখীন ভুজ দুইটীও সমান হইবে।

এইটী ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ষষ্ঠ প্রতিজ্ঞা। শিক্ষক মহাশয় বালকদিগকে স্মরণ করাইয়া দিবেন।

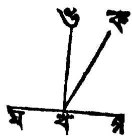
৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞা। একটী ঋজুরেখা অন্য একটী ঋজুরেখার সহিত সংলগ্ন হইলে, প্রথম রেখাটীর একই পৃষ্ঠে যে যে কোণ উৎপন্ন হয়, তাহারা দুই সমকোণ হইবে, অথবা একত্র যোগে দুই সমকোণের সহিত সমান হইবে।

মনে কর কখ ঋজুরেখা ঘগ ঋজুরেখার সহিত সংলগ্ন হইয়া উহার এক পৃষ্ঠে কখগ ও কখঘ এই দুই কোণ উৎপন্ন করিতেছে। এই দুইটী কোণ প্রত্যেকে এক একটী করিয়া দুই সমকোণ, অথবা একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান হইবে।

যদি কখ ঋজুরেখা ঘগ ঋজুরেখার উপর খঙ ঋজুরেখার ন্যায় লম্বভাবে অবস্থিত হয়, তাহা হইলে শয়ানমান ঋজুরেখার

উভয় পৃষ্ঠে উৎপন্ন কোণদ্বয় প্রত্যেকে এক একটী সমকোণ হইবে। (পং৬—ইউক্লিড পং ১০)

কিন্তু যদি কখ ঋজুরেখাটী লম্বভাবে অবস্থিত না হইয়া, অন্য কোন ভাবে অবস্থিত হয়, (যেমন পার্শ্বস্থ চিত্রে হইয়াছে) তাহা হইলে খ হইতে ঘগ ঋজু-রেখার সহিত সমকোণ করিয়া; খঙ ঋজুরেখা টান। এক্ষণে স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, কখঘ কোণ কখঘ ও ঙখঙ কোণ দ্বয়ের সমষ্টির সহিত সমান; অত-এব কখগ ও কখঘ এই দুইটী কোণের সমষ্টি, কখগ, কখঙ ও ঙখঘ এই তিনটী কোণের সমষ্টির সহিত সমান।



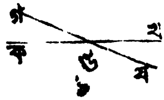
কিন্তু ঙখঘ কোণ একটী সমকোণ; এবং ঙখগ কোণ কখঙ, ও কখগ এই দুইটী কোণের সমষ্টির সহিত সমান; কিন্তু ঙখগ কোণ একটী সমকোণ। অতএব কখঙ, ও কখগ এই দুইটী কোণের সমষ্টি একত্র যোগে একটী সমকোণের সহিত সমান। সুতরাং কখগ ও কখঘ কোণদ্বয়ের সমষ্টি একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান।

৭ম প্রতিজ্ঞা। যদি দুইটী ঋজুরেখা পরস্পর ছেদ করে; তাহা হইলে প্রতীপ অর্থাৎ বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে।

মনে কর, কখ, ও গঘ ঋজুরেখাদ্বয় যেন ঙ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিতেছে। তাহা হইলে কঙগ কোণ খঙঘ কোণের সহিত, ও কঙঘ কোণ, খঙগ কোণের সহিত সমান হইবে।

কঙগ, ও গঙখ এই দুইটী কোণ একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান, এবং গঙখ, ও খঙঘ এই দুইটী কোণ ও একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান (পুং—৬)।

অতএব কখগ ও গঙঘ কোণদ্বয় একত্র সমবায়ে গঘঙ ও খঙঘ এই দুইটী কোণের সহিত সমান। কিন্তু গঙখ এইটী উভয় সাধারণ কোণ। অতএব কঙগ কোণ খঙঘ কোণের সহিত সমান। এই প্রকারে ইহাও সপ্রমাণ হইবে যে গঙখ ও কঙঘ কোণদ্বয় পরস্পর সমান।

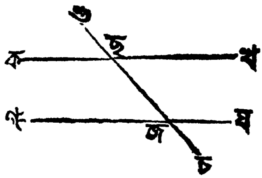


৮ম প্রতিজ্ঞা। যদি কোন একটী ঋজুরেখা, দুইটী পরস্পর সমান্তর ঋজুরেখার উপর পতিত হয়, তাহা হইলে একান্তরিত কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে, আর উহার একই পৃষ্ঠের বহিস্থ কোণ ও অন্তরীণ বিপ্রকৃষ্ট কোণ পরস্পর সমান হইবে, এবং উহার একই পৃষ্ঠের অন্তরীণ কোণদ্বয় একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান হইবে।

মনে কর ঙচ ঋজুরেখা, কখ ও গঘ এই দুই সমান্তর ঋজু-রেখার উপর পতিত হইতেছে। তাহা হইলে কছজ কোণ একান্তরিত ছজঘ কোণের সহিত সমান হইবে, এবং খছজ কোণ একান্তরিত ছজগ কোণের সহিত সমান হইবে। বহিস্থ ঙছখ কোণ, অন্তরীণ বিপ্রকৃষ্ট ছজঘ কোণের সহিত সমান হইবে। আর অন্তরীণ খছজ, ও ছজঘ কোণদ্বয় একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান হইবে।

প্রথমতঃ কছজ কোণ একান্তরিত ছজঘ কোণের সহিত সমান হইবে। যদি না হয়, উভয়ের মধ্যে একটী

বৃহত্তর হইবে। মনে কর কছজ কোণ, ছজঘ কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর। অতএব কছজ ও খছজ কোণদ্বয় একত্র যোগে, খছজ ও ছজঘ কোণ-



দ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা বৃহত্তর। কিন্তু কছজ কোণ+খছজ কোণ= দুই সমকোণ। অতএব খছজ কোণ+ছজঘ কোণ, দুই সমকোণ অপেক্ষা ন্যূন। কিন্তু এই দুই কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ অপেক্ষা ন্যূন হইলে, দ্বাদশ স্বতঃসিদ্ধ অনুসারে কখ ও গঘ ঋজুরেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তর হইতে পারে না। কিন্তু ইহারা সমান্তর [কল্পনা]; অতএব কছজ কোণ ও ছজঘ কোণ পরস্পর অসমান নহে। অর্থাৎ কছজ কোণ=ছজঘ কোণ।

আবার কছজ কোণ=ঙছখ কোণ (প্র—৭); অতএব ঙছখ কোণ=ছজঘ কোণ (স্বতঃ—১); আবার কছজ কোণ+ খছজ কোণ=খছজ কোণ+ছজঘ কোণ। কিন্তু কছজ কোণ+ খছজ কোণ=দুই সমকোণ। অতএব খছজ কোণ+ছজঘ কোণ=দুই সমকোণ। (স্বতঃ—১)

৯ম প্রতিজ্ঞা। ত্রিভুজের কোন ভুজ বর্দ্ধিত করিলে, উহার বাহিরে যে একটী কোণ উৎপন্ন হয়, ঐ বহিস্থ কোণ, অন্তরীণ বিপ্রকৃষ্ট কোণদ্বয়ের প্রত্যেকটী অপেক্ষা বৃহত্তর। (এইটী ইউক্লিডের ১ম অধ্যায়ের ১৬শ প্রতিজ্ঞা)

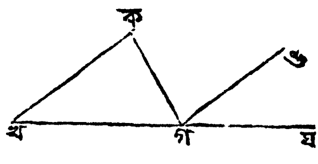
১০ম প্রতিজ্ঞা। ত্রিভুজের বৃহত্তর ভুজের সম্মুখে যে কোণটী থাকে, তাহা অপর কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর। (ইউক্লিড ১ম অধ্যায়— ১৮শ প্রতিজ্ঞা)

১১শ প্রতিজ্ঞা। কোন ত্রিভুজের যে দুইটী কোণ লও, উহাদের সমষ্টি একত্র সমবায়ে দুই সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হইবে।

১২শ প্রতিজ্ঞা। ত্রিভুজের কোন একটী ভুজ বর্দ্ধিত করিলে উহার বহিস্থ কোণ অন্তরীণ বিপ্রকৃষ্ট কোণদ্বয়ের সহিত সমান হইবে। এবং প্রত্যেক ত্রিভুজের অন্তরীণ তিনটী কোণ একত্র সমবায়ে দুই সমকোণের সহিত সমান হইবে।

মনে কর **কখগ** ত্রিভুজের **খগ** ভুজ **ঘ** বিন্দু পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত হইয়াছে; তাহা হইলে বহিস্থ **কখঘ** কোণ=অন্তরীণ **কখগ** কোণ+অন্তরীণ **খকগ** কোণ; এবং **কখগ** কোণ+**খকগ** কোণ+**কগখ** কোণ=দুই সমকোণ।

মনে কর **গঙ** ঋজুরেখা, **খক** ঋজুরেখার সহিত সমান্তর।

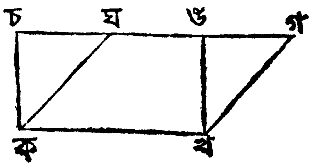


অতএব **ঙগঘ** কোণ=**কখগ** কোণ (প্রতি—৮); আর **কগঙ** কোণ=**খকগ** কোণ (প্রতি—৮) সুতরাং সমগ্র **কগঘ** কোণ= **কখগ** কোণ+**খকগ** কোণ; অতএব বহিস্থ কোণ=অন্তরীণ বিপ্রকৃষ্ট কোণদ্বয়ের সমষ্টি।

আবার **কখগ** কোণ+**খকগ** কোণ=**কগঘ** কোণ। উভয়ের সহিত **কগখ** কোণ যোগ কর। তাহা হইলে **কখগ** কোণ+**খকগ** কোণ+**কগখ** কোণ=**কগঘ** কোণ+**কগখ** কোণ। কিন্তু **কগঘ** কোণ+**কগখ** কোণ=দুই সমকোণ। (প্রতি—৬); অতএব **কখগ** কোণ+**খকগ** কোণ+ **কগখ** কোণ=দুই সমকোণ। (স্বতঃ—১); সুতরাং ত্রিভুজের অন্তরীণ কোণত্রয়ের সমষ্টি=দুই সমকোণ।

১৩শ প্রতিজ্ঞা। যদি একটী সমান্তরিক ক্ষেত্র, ও একটী সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্র, একই ভূমির উপর অবস্থিত এবং একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্ত্তী হয়, তাহা হইলে উহাদের উভয়ের ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান হইবে।

মনে কর **কখগঘ** সমান্তরিক ও **কখঙচ** আয়ত একই **কখ** ভূমির উপর অবস্থিত এবং একই **কখ** ও **চগ** সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্ত্তী। অতএব সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল= আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।



স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, **খগঙ** ত্রিভুজ সর্ব্বতোভাবে=**কঘচ** ত্রিভুজ। সুতরাং ক্ষেত্রদ্বয়ের অবশিষ্ট অংশ এক ও অভিন্ন বলিয়া ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান। ফলতঃ একভূমিস্থ ও একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্ত্তী যাবতীয় সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলই পরস্পর সমান।

এস্থলে একটী সামান্য সমান্তরিক ও একটী আয়তক্ষেত্র ধরা হইয়াছে। "একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যবর্ত্তী" এরূপ নির্দ্দেশ না করিয়া উহার পরিবর্ত্তে "সমলম্ব" বা "সমোন্নতি" এরূপ নির্দ্দেশ করিতে পারা যায়। (ইউক্লিড—১ম অধ্যায় প্র৩৫)

১৪শ প্রতিজ্ঞা। একভূমিস্থ ও সমলম্ব ত্রিভুজগুলির ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান। (ইউক্লিড ১—৩৭)

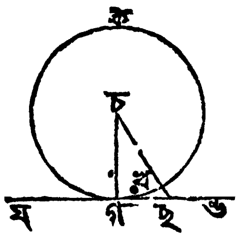
১৫শ প্রতিজ্ঞা। একটী ত্রিভুজ ও একটী আয়তক্ষেত্র, অথবা সামান্যতঃ যে কোন প্রকার সমান্তরিক ক্ষেত্র, একভূমিস্থ ও সমলম্ব হইলে, ত্রিভুজটী আয়তের অথবা যে কোন প্রকার সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্দ্ধেক হইবে। (ইউক্লিড ১—৪১)

১৬শ প্রতিজ্ঞা। সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র উহার ভুজদ্বয় অর্থাৎ কোটি ও ভূমির উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সহিত সমান। (ইউক্লিড ১ম অধ্যায়—৪৭শ প্রতিজ্ঞা ও উহার টীকা দেখ)

১৭শ প্রতিজ্ঞা। যদি একটী ঋজুরেখা একটী বৃত্তকে স্পর্শ করে, তাহা হইলে বৃত্তের কেন্দ্র হইতে স্পর্শবিন্দু পর্য্যন্ত একটী ব্যাসার্দ্ধ টানিলে, উহা স্পর্শনীরেখার লম্ব হইবে।

মনে কর **ঘঙ** ঋজুরেখা **কখগ** বৃত্তকে **গ** বিন্দুতে স্পর্শ করিল। **চ** বিন্দু যেন বৃত্তটীর কেন্দ্র হইল, এবং **চগ** ঋজুরেখা টান। **চগ** ঋজুরেখা **ঘঙ** ঋজুরেখার লম্ব হইবে। যদি না হয়, **চ** বিন্দু হইতে **ঘঙ** ঋজুরেখার উপর **চছ** লম্ব টান। **চছ** যেন **খ** বিন্দুতে বৃত্তটীকে ছেদ করিল।

চছগ কোণ একটী সমকোণ বলিয়া (কল্পনা), **চগছ** একটী সূক্ষ্মকোণ (ইউক্লিড ১ম—১৭); এবং ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণটী বৃহত্তর ভুজের অভিমুখীন (১ম—১৯); অতএব **চগ** ভুজ **চছ** ভুজ অপেক্ষা বৃহত্তর। কিন্তু **চগ=চখ** (ইউক্লিড পং ১৫), অতএব **চখ** ঋজুরেখা **চছ** ঋজুরেখার অপেক্ষা বৃহত্তর। অর্থাৎ ক্ষুদ্রতর বৃহত্তরের সহিত সমান। ইহা অসম্ভব। অতএব **চছ** ঋজুরেখা **ঘঙ** ঋজুরেখার লম্ব নহে। এই প্রকারে ইহাও সপ্রমাণ হইবে যে **চ** বিন্দু হইতে **চগ** ভিন্ন অন্য কোন ঋজুরেখা টানিলে, উহা **ঘঙ** ঋজুরেখার লম্ব হইতে পারে না। অতএব **চগ** ঋজুরেখা **ঘঙ** ঋজুরেখার লম্ব। এই প্রতিজ্ঞায় ইহাই উপপাদ্য।



১৮শ প্রতিজ্ঞা। বৃত্তপরিধির একই খণ্ডে, যদি একটী কেন্দ্রস্থ আর একটী পরিধিস্থ কোণ থাকে, তাহা হইলে কেন্দ্রস্থ কোণটী পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ হইবে। (ইউক্লিড ৩য় অধ্যায়—২০শ প্রতিজ্ঞা)

১৯শ প্রতিজ্ঞা। অর্দ্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ; অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা বৃহত্তর বৃত্তাংশের অন্তর্গত কোণ সমকোণ অপেক্ষা ন্যূন; এবং অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা লঘুতর বৃত্তাংশের অন্তর্গত কোণ সমকোণ অপেক্ষা বৃহত্তর। (ইউক্লিড ৩য়—৩১)

২০শ প্রতিজ্ঞা। কোন বৃত্তের একই খণ্ডের অন্তর্গত কোণগুলি পরস্পর সমান।

২১শ প্রতিজ্ঞা। যদি সদৃশ ত্রিভুজদ্বয়ের একটী সদৃশ কোণের কৌণিক বিন্দু হইতে উহার অভিমুখীন ভুজের উপর লম্বপাত করা যায়, তাহা হইলে একটী ত্রিভুজের লম্ব ও লম্বাধার ভুজের পরস্পর যে অনুপাত, তাহা অন্য ত্রিভুজের লম্ব ও লম্বাধার ভুজের পরস্পর অনুপাতের সহিত সমান হইবে। যদি **কখগ** ও **ঘঙচ** দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ হয়, এবং **কখগ** ত্রিভুজের **ক** কোণ হইতে **কখ** ভুজের উপর **খছ** ও **ঘঙচ** ত্রিভুজের **চ** কোণ হইতে **ঘঙ** ভুজের উপর **চজ** লম্বপাত করা যায়; তাহা হইলে, **গছ: কখ:: চজ:ঘঙ** হইবে।

২২ শ প্রতিজ্ঞা। কোন ত্রিভুজের যে কোন একটী ভুজকে ভূমি ধরিয়া, উহার অন্য দুই ভুজের মধ্যে যদি উক্ত ভূমির সহিত সমান্তর ঋজুরেখা টানা যায়, তাহা হইলে উক্ত সমান্তর ঋজুরেখা, ভূমিস্বরূপ হইয়া যে নূতন ত্রিভুজটী উৎপন্ন করিবে, উহা পূর্ব্বতন ত্রিভুজের সহিত সমানুপাত ও সমান কোণ হইয়া পরস্পর সদৃশ হইবে।

২৩ শ প্রতিজ্ঞা। মনে কর কখ, গঘ, এই দুইটী কোন একটী বৃত্তের জ্যা, মনে কর কখ, গঘ, ঙ বিন্দুতে পরস্পর সংলগ্ন হইয়াছে, অথবা বর্দ্ধিত হইয়া ঙ বিন্দুতে সংলগ্ন হইয়াছে, কখ, ও কঘ সংযুক্ত কর, এক্ষণে কঙঘ, এবং খঙগ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ হইবে, কারণ ঙকঘ, ও ঙগখ কোণদ্বয় পরস্পর সমান। এবং ঙঘক, ও ঙখগ কোণদ্বয় পরস্পর সমান। [প্রতিকৃতি অঙ্কিত করিয়া দেখ]

২৪ শ প্রতিজ্ঞা। যদি চারিটী রাশি পরস্পর সমানুপাতী হয়, তাহা হইলে তাহাদের অন্ত্য রাশি দুইটীর অর্থাৎ প্রথম ও চতুর্থ রাশির গুণফল, মধ্যম রাশি দুইটীর অর্থাৎ দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির গুণফলের সহিত সমান হইবে। অতএব মধ্যম রাশিদ্বয়ের গুণফলকে অন্ত্য রাশিদ্বয়ের অন্যতর দ্বারা ভাগ করিলে অপর অন্ত্য রাশিটী পাওয়া যাইবে, এবং অন্ত্য রাশি দুইটীর গুণফলকে মধ্যম রাশিদ্বয়ের অন্যতর দ্বারা ভাগ করিলে অপর মধ্যম রাশিটী পাওয়া যাইবে।

যদি ক : খ :: গ : ঘ এইরূপ অনুপাত হয়, তাহা হইলে

$\text{কঘ} = \text{খগ}$। $\therefore \text{ক} = \frac{\text{খগ}}{\text{ঘ}}$; $\text{ঘ} = \frac{\text{খগ}}{\text{ক}}$; এবং $\text{খ} = \frac{\text{কঘ}}{\text{গ}}$; $\text{গ} = \frac{\text{কঘ}}{\text{খ}}$।

২৫। কোন ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইলে যদি উহার একটী ভুজ অবশিষ্ট ভুজ সকলের সমষ্টির সহিত সমান হয়, অথবা সমষ্টি অপেক্ষা বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে ক্ষেত্র উপপন্ন হইতে পারে না।

উদাহরণ।

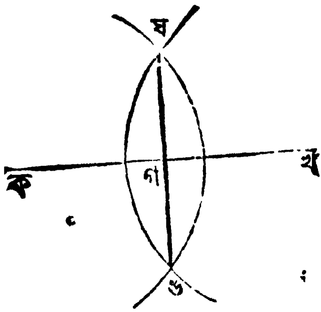
৯, ৩, ৬, যথাক্রমে ত্রিভুজের তিনটী ভুজ হইলে ত্রিভুজ হইতে পারে না। অথবা ৩, ৬, ২, ও ১২ যথাক্রমে কোন চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ভুজচতুষ্টয় হইলে চতুর্ভুজ ক্ষেত্র হইতে পারে না। ভুজপ্রমাণ শলাকাদ্বারা ক্ষেত্র উৎপাদন করিবার চেষ্টা করিলেই অনুপপত্তি বুঝিতে পারা যাইবে। ত্রিভুজ চতুর্ভুজ প্রভৃতির ন্যায় সকল প্রকার ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রেই এই নিয়ম।

২৬ শ প্রতিজ্ঞা। যদি কোন সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ হইতে, কর্ণের উপর একটী লম্বপাত করা যায়, তাহা হইলে ঐ লম্ব ত্রিভুজটীকে যে দুই ত্রিভুজে বিভক্ত করিবে উহারা প্রত্যেকেই সমকোণী ত্রিভুজটীর সহিত সদৃশ হইবে।

আবশ্যক সম্পাদ্য।

নিম্নে কতিপয় সম্পাদ্য প্রতিজ্ঞার উল্লেখ করা যাইতেছে, এই গুলি পরিমিতিজ্ঞানের পক্ষে নিতান্ত আবশ্যক। এই গুলি আয়ত্ত হইলে শিক্ষার্থীরা অনায়াসেই যাবতীয় অত্যাবশ্যক জ্যামিতিক রেখা, ক্ষেত্র প্রভৃতি অঙ্কিত করিতে পারিবে। অন্বর্থরূপে জ্যামিতিক রেখা ও ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করিতে হইলে স্কেল, কম্পাস, রূলর প্রভৃতি কয়েকটী যন্ত্র ব্যবহার করিতে হয়। যন্ত্র গুলি কি প্রকারের, এবং কি প্রকারে উহাদের ব্যবহার করিতে হয়, ইত্যাদি বিষয় একটী স্বতন্ত্র পরিচ্ছেদে লিখিত হইবে। যন্ত্রব্যবহারদ্বারা যেরূপে ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করিতে হয়, তাহাই নিম্নে লিখিত হইল। ইউক্লিড কোন প্রকার যন্ত্রের ব্যবহার করেন নাই, সুতরাং তিনি যে প্রকারে ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করিয়াছেন, ব্যবহারে তাঁহার অঙ্কনপ্রণালী হইতে কিছু কিছু বিভিন্নতা দৃষ্ট হইবে।

১ম প্রতিজ্ঞা। একটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখাকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে।

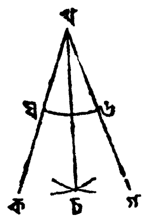


মনে কর কখ ঋজুরেখাকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে। ক বিন্দুকে কেন্দ্র ও কখ ঋজুরেখার অর্দ্ধেক অপেক্ষা, কিঞ্চিৎ অধিক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী পরিধিখণ্ড বা ধনু অঙ্কিত কর। আবার খ বিন্দুকে কেন্দ্র ও খক ঋজুরেখার অর্দ্ধেক অপেক্ষা কিঞ্চিৎ অধিক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া, আর একটী পরিধিখণ্ড বা ধনু অঙ্কিত কর। মনে কর এই দুই পরিধিখণ্ড কখ ঋজুরেখার উভয় দিকে ঘ, ও ঙ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিতেছে। ঘ, ও ঙ ছেদবিন্দুদ্বয় ঋজুরেখাদ্বারা সংযুক্ত কর।

মনে কর এই সংযোজক ঋজুরেখা কখ ঋজুরেখাকে গ বিন্দুতে ছেদ করিল। তাহা হইলে কখ ঋজুরেখা, গ বিন্দুতে দুই সমান অংশে বিভক্ত হইবে। [ইহার উপপত্তি অতি সহজ]; ইহাদ্বারা স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে, যে ঘগঙ ঋজুরেখা গ বিন্দুতে কখ ঋজুরেখার সহিত সমকোণ করিবে, অতএব কি প্রকারে এরূপ একটী ঋজুরেখা টানা যাইতে পারে, যাহা অপর একটী ঋজুরেখাকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিবে, ও উহার সহিত সমকোণ করিবে, তাহাও বুঝা গেল।

২য় প্রতিজ্ঞা। কোন নির্দ্দিষ্ট কোণকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে।

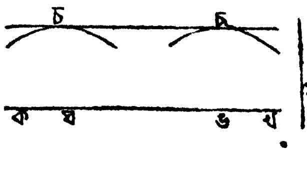
মনে কর কখগ যেন একটী নির্দ্দিষ্ট কোণ। খ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও যচ্ছেথ দূরত্ব লইয়া, একটী পরিধি-খণ্ড বা ধনু অঙ্কিত কর, মনে কর, এই ধনু যেন খক ঋজুরেখাকে ঘ বিন্দুতে, ও খগ ঋজুরেখাকে ঙ বিন্দুতে ছেদ



করিতেছে। ঘ ও ঙ বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র ও যথেচ্ছ দূরত্ব লইয়া দুইটী ধনু অঙ্কিত কর, এই দুইটি যেন চ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিতেছে, খচ সংযুক্ত কর, তাহা হইলে কখচ কোণ গখচ কোণের সহিত সমান হইবে। (উপপত্তি সহজ)।

৩য় প্রতিজ্ঞা। কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখা হইতে, কোন নির্দ্দিষ্ট দূরত্ব স্থানে, উহার সহিত সমান্তর করিয়া একটী ঋজু-রেখা টানিতে হইবে।

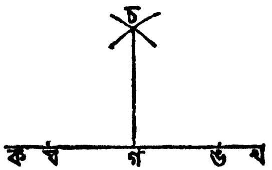
মনে কর কখ যেন একটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখা, এবং গ ঋজু-রেখা যেন কখ হইতে নির্দ্দিষ্টদূরত্ব। কখ হইতে গ রেখা-পরিমিত দূরে কখ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর একটী ঋজুরেখা টানিতে হইবে। কখ ঋজুরেখাতে ঘ, ও ঙ নামে কোন দুইটী বিন্দু গ্রহণ কর। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও গ ঋজুরেখাকে দূরত্ব লইয়া, একটী ধনু অর্থাৎ পরিধিখণ্ড অঙ্কিত কর, আর ঙ বিন্দুকে কেন্দ্র ও গ ঋজুরেখাকে দূরত্ব লইয়া, আর একটী ধনু অঙ্কিত কর। এই দুই ধনুর স্পর্শনী চছ ঋজুরেখা টান। তাহা হইলে এই চছ ঋজুরেখা কখ ঋজু-রেখার সহিত সমান্তর হইবে,



এবং ইহা নির্দ্দিষ্ট গ ঋজুরেখাপরিমিত দূরে অঙ্কিত হইয়াছে।

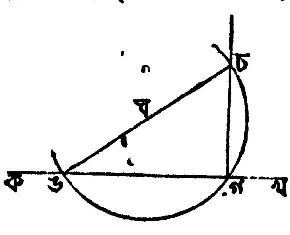
৪ র্থ প্রতিজ্ঞা। কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার অন্তর্গত কোন বিন্দু হইতে উক্ত ঋজুরেখার সহিত সমকোণ করিয়া একটী ঋজু-রেখা টানিতে হইবে।

মনে কর কখ একটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখা, এবং খ ইহার অন্ত-র্গত একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু। গক ঋজুরেখাতে ঘ বিন্দুকল্পনা কর, গখ ঋজুরেখাতে গঘ ঋজুরেখার সহিত সমান গঙ ঋজুরেখা গ্রহণ কর। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও খঘ অপেক্ষা কিঞ্চিদধিক দূরত্ব গ্রহণ করিয়া একটী ধনু অঙ্কিত কর, এবং ঙ বিন্দুকে



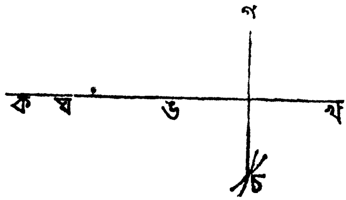
কেন্দ্র, ও গঙ অপেক্ষা কিঞ্চিদধিক দূরত্ব গ্রহণপূর্ব্বক আর একটী ধনু অঙ্কিত কর। এই দুইটী ধনু যেন চ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিল। গচ ঋজুরেখা টান। তাহা হইলে গচ ঋজুরেখা কখ ঋজুরেখার সহিত সমকোণ করিবে।

কিন্তু যদি নির্দ্দিষ্ট গ বিন্দু কখ ঋজুরেখার একটী প্রান্তের নিকট অবস্থিত হয়, অথবা স্বয়ং প্রান্ত বিন্দু হয়, তাহা হইলে, হয়, ঋজুরেখাটী বর্দ্ধিত করিয়া উল্লিখিত প্রক্রিয়া অবলম্বন কর, অথবা কখ ঋজুরেখার বহিস্থ ঘ নামক যে কোন বিন্দুকে কেন্দ্র, ও ঘগ ঋজুরেখাকে দূরত্ব লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, ঐ বৃত্তটী যেন কখ ঋজুরেখাকে ঙ বিন্দুতে ছেদ করিল। ঙঘ সং-যুক্ত কর, এবং ঘঙ ঋজুরেখাকে পরিধি পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত কর, উহা যেন চ বিন্দুতে পরিধিস্পর্শ করিল। চগ সংযুক্ত কর। চগ অভীষ্ট ঋজুরেখা হইবে



৫ম প্রতিজ্ঞা। কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার বহিস্থ কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে উহার উপর একটী লম্বপাত করিতে হইবে।

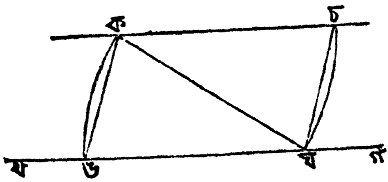
মনে কর কখ যেন একটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখা, ও গ উহার বহিস্থ একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু। কখ ঋজুরেখাতে ঘ, ও ঙ নাম দিয়া যে কোন দুইটী বিন্দু গ্রহণ কর। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র ও ঘগ দূরত্ব লইয়া একটী ধনু অঙ্কিত কর। আর ঙ বিন্দুকে কেন্দ্র ও ঙগ দূরত্ব লইয়া আর একটী ধনু অঙ্কিত কর। মনে কর ধনুর্দ্বয় চ বিন্দুতে পরস্পর



ছেদ করিতেছে। গচ সংযুক্ত কর। তাহা হইলে গচ ঋজুরেখা কখ ঋজুরেখার লম্ব হইবে।

৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞা। কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দুর মধ্য দিয়া, কোন একটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার সহিত সমান্তর করিয়া একটী ঋজুরেখা টানিতে হইবে।

মনে কর ক যেন একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু, এবং খগ যেন নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখা; খগ ঋজুরেখাতে ঘ নাম দিয়া

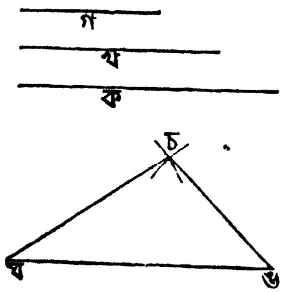


যে কোন একটী বিন্দু গ্রহণ কর। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও ঘক দূরত্ব লইয়া একটী ধনু অঙ্কিত কর, মনে কর এই ধনু কখগ ঋজুরেখাকে ঙ বিন্দুতে ছেদ করিল। কঙ জ্যা টান। আবার ক বিন্দুকে কেন্দ্র, ও কঘ দূরত্ব লইয়া একটী ধনু অঙ্কিত কর,

এবং কঙ জ্যার সহিত সমান করিয়া ঘচ জ্যা টান। খচ সংযুক্ত কর। তাহা হইলে কচ ঋজুরেখা নির্দ্দিষ্ট খগ ঋজু-রেখার সহিত সমান্তর হইবে।

৭ম প্রতিজ্ঞা। এরূপ একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার তিনটী ভুজ যথাক্রমে তিনটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার সহিত সমান হইবে।

মনে কর ক, খ, ও গ তিনটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখা।

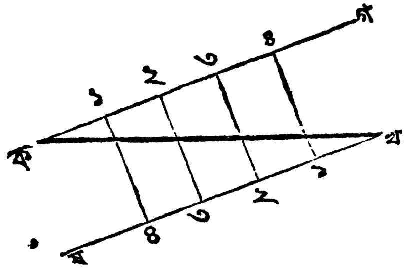


নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখাত্রয়ের মধ্যে একের অর্থাৎ ক ঋজু-রেখার সহিত সমান একটী ঋজুরেখা টান। এইটীর ঘঙ নাম দেও। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও খ ঋজুরেখার সহিত সমান দূরত্ব লইয়া একটী ধনু অঙ্কিত কর, আর ঙ বিন্দুকে কেন্দ্র ও গ ঋজুরেখার সহিত সমান দূরত্ব লইয়া আর একটী ধনু টান। মনের কর এই দুই ধনু চ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিতেছে। ঘচ ও ঙচ সংযুক্ত কর। তাহা হইলে ঘঙচ অভীষ্ট ত্রিভুজ হইবে।

৮ম প্রতিজ্ঞা। কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখাকে যত ইচ্ছা সমান অংশে বিভাগ করিতে হইবে।

কখ যেন একটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখা। মনে কর ইহাকে পাঁচ সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে। ক বিন্দু হইতে কগ নাম দিয়া যে কোন একটী ঋজুরেখা টান, এবং খ বিন্দু হইতে কগ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর খঘ ঋজুরেখা টান।

কগ ঋজুরেখাতে পরস্পর সমান দৈর্ঘ্য চারিটী অংশ গ্রহণ কর, এবং ১, ২, ৩, ৪, এই চারি সংখ্যা দ্বারা উহাদিগকে চিহ্নিত কর। খঘ ঋজুরেখাতে উক্ত চারিটী অংশের সহিত সমানদৈর্ঘ্য চারিটী অংশ গ্রহণ

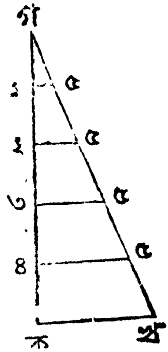


কর, এবং ইহাদিগকেও যথাক্রমে ১, ২, ৩, ৪, সংখ্যাদ্বারা চিহ্নিত কর। ১ এবং ৪, ২ এবং ৩, ৩ এবং ২, ও ৪ এবং ১, বিন্দু সকল পরস্পর যোগ করিয়া চারিটী ঋজুরেখা টান। এই চারিটী ঋজুরেখা নির্দ্দিষ্ট কখ ঋজুরেখাকে পাঁচ সমান অংশে বিভক্ত করিবে। এই প্রক্রিয়া অনুসারে কোন ঋজুরেখাকে যত ইচ্ছা সমান অংশে বিভাগ করা যাইবে।

যদি বিভাজ্য ঋজুরেখাটী এত ক্ষুদ্র হয়, যে উহার উপর স্পষ্টরূপে ভাগচিহ্ন প্রকাশিত করিতে পারা যায় না, তাহা হইলে কি প্রকারে উহাকে অনেক সমান অংশে বিভাগ করা যাইতে পারে ?

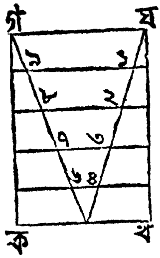
প্রথমতঃ। কখ ঋজুরেখার ক বিন্দু হইতে কগ লম্ব উত্তোলন কর, কখ ঋজুরেখাকে যে কয়েক অংশে বিভাগ করিতে হইবে, কগ লম্বরেখাকে তত সমান অংশে বিভাগ কর, এবং ভাগবিন্দুগুলির প্রত্যেকটী হইতে কখ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর এক একটী ঋজুরেখা টান। পরে গখ সংযুক্ত করিলে সমান্তর ঋজুরেখাগুলি যে যে বিন্দুতে গক ও গখ এই দুই

ঋজুরেখাকে কাটিবে, তৎসমুদয়ের অন্তর্গত সমান্তর ঋজু-রেখাসমূহের অংশগুলি নির্দ্দিষ্ট কখ ঋজুরেখার অভীষ্ট অংশ হইবে। কখ ঋজুরেখাকে ৫ ভাগ করিতে হইলে প্রথমতঃ কগ লম্বকে উপরি উক্ত কৌশলে পাঁচ সমান ভাগে বিভক্ত কর, পরে ১, ২, ৩, ও ৪, এই কয়টী ভাগবিন্দু হইতে যথাক্রমে এক একটী করিয়া কখ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর পাঁচটী ঋজুরেখা টান। অনন্তর গখ সংযুক্ত করিলে উহা প্রত্যেক সমান্তর ঋজুরেখাকে ৫ চিহ্নিত বিন্দুতে ছেদ করিবে। এরূপ করিলে ১।৫ কখ রেখার ১/৫ হইবে; ২।৫ = ২/৫ কখ; ৩।৫=৩/৫ কখ; ৪।৫=৪/৫ কখ ইত্যাদি হইবে। সুতরাং ১।৫ রেখা কখ রেখার ৫ ভাগের ১ ভাগ হওয়াতে কখ ৫ সমান অংশে বিভক্ত হইল। ৬, ৭, ৮, ৯, ১০, প্রভৃতি অংশে বিভাগ করিতে হইলেও অবিকল এই প্রক্রিয়া করিতে হইবে।



দ্বিতীয়তঃ কখ ঋজুরেখাকে ১০, কিম্বা ততোধিক জোড় অংশে বিভাগ করিতে হইলে, নিম্নলিখিত প্রণালী অনুসারেও হইতে পারে। মনে কর কখ ঋজুরেখাকে ১০ অংশে বিভাগ করিতে হইবে। কখ ঋজুরেখার ক এবং খ বিন্দু হইতে দুইটী লম্ব উত্তোলন পূর্ব্বক, একটী লম্বকে, নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখাটীকে যে কয় জোড় অংশে বিভাগ করিতে হইবে, তাহার অর্দ্ধেক সংখ্যক সমান অংশে বিভক্ত কর, এবং ভাগচিহ্নগুলি হইতে কখ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর রেখাগুলি টান।

ঐ রেখাগুলির প্রত্যেকটী অন্য রেখাগুলিকে কতিপয় বিন্দুতে ছেদ করিবে। পরে **কখ** রেখাকে **চ** বিন্দুতে দুই সমান ভাগে বিভক্ত কর এবং **চগ** ও **চঘ** সংযুক্ত কর। তাহা হইলে **চঘ** রেখা ও **খঘ** লম্ব এবং **চগ** রেখা এবং **খঘ** লম্বের অন্তর্গত সমান্তর রেখাগুলির অংশগুলি **কখ** রেখার অভীষ্ট ভাগ হইবে। এস্থলে **কখ** রেখাকে ১০ ভাগ করিবার কথা।

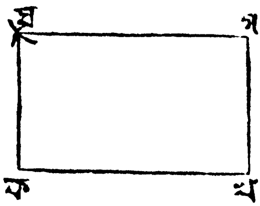


উপরি লিখিত প্রক্রিয়া অনুসারে সমান্তর রেখাগুলির প্রত্যেকটী **খঘ** রেখাকে ১০ চিহ্নিত স্থানে কাটিতেছে। **কখ** রেখাকে **চ** বিন্দুতে সমভাবে দ্বিখণ্ড করিয়া যে **ঘচ** টানা হইয়াছে, উহা সমান্তর রেখাগুলিকে যথাক্রমে ১, ২, ৩, ৪, বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে যে **গচ** রেখা টানা হইয়াছে, উহা সমান্তর রেখাগুলির প্রত্যেকটীকে যথাক্রমে ৬, ৭, ৮, ৯, বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। এক্ষণে উক্ত নিয়ম অনুসারে, ১।১০=১/১০ **কখ**; ২।১০=২/১০ **কখ**; ৩।১০=৩/১০ **কখ**; ৪।১০=৪/১০ **কখ**; **চখ**=৫/১০ **কখ**; ৬।১০ ৬/১০ **কখ**; ৭।১০=৭/১০ **কখ**; ৮।১০=৮/১০ **কখ**; ৯।১০ ৯/১০ **কখ**। ১২, ১৪, ১৬, প্রভৃতি যে কোন সংখ্যায় জোড় ভাগে বিভক্ত করিতে হইলে অবিকল এই প্রকার প্রক্রিয়া করিতে হইবে। ডায়াগোনাল স্কেল অর্থাৎ টেরচা মানদণ্ড এই কৌশলের সাহায্যে নির্ম্মিত হয়।

৯ম প্রতিজ্ঞা। কোন আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার নির্দ্দিষ্ট থাকিলে কি প্রকারে উক্তর ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে?

মনে কর **কখ** নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য ও **ঙ** নির্দ্দিষ্ট বিস্তার। **খ** বিন্দু

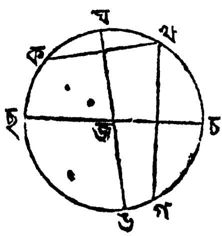
হইতে কখ ঋজুরেখার উপর ঙ ঋজুরেখার সহিত সমান করিয়া খগ লম্ব অঙ্কিত কর। গ বিন্দুকে কেন্দ্র, ও কখ ঋজুরেখার সহিত সমান দৈর্ঘ্য লইয়া একটী ধনু অঙ্কিত কর, এবং ক বিন্দুকে কেন্দ্র, ও ঙ ঋজুরেখার সহিত সমান দৈর্ঘ্য লইয়া আরএকটী ধনু অঙ্কিত কর। এই দুই ধনু যেন ঘ বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিল। কঘ, গঘ সংযুক্ত কর। তাহা হইইলে



কগ ক্ষেত্রটী অভীষ্ট আয়ত ক্ষেত্র হইবে।

১০ম প্রতিজ্ঞা। কোন একটী নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় করিতে হইবে।

কখ নাম দিয়া যে কোন একটী জ্যা গ্রহণ কর। ইহার উপর ঘঙ নাম দিয়া এরূপ একটী লম্ব টান যে লম্বটী যেন কখ জ্যাকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করে। এক্ষণে বৃত্তের কেন্দ্রটী ঘঙ ঋজুরেখার যে কোন অংশে অবস্থিত ইহা বুঝা যাইতেছে। খগ নাম দিয়া আর একটী জ্যা টান, এবং পূর্ব্বের ন্যায় ইহার সহিত সমকোণ করিয়া চছ ঋজুরেখা এরূপে টান যে ঐ চছ লম্ব দ্বারা খগ জ্যা যেন দুই সমান অংশে বিভক্ত হয়। আবার পূর্ব্বের ন্যায় বুঝিতে হইবে যে বৃত্তের কেন্দ্রটী এই ঋজুরেখারও যে কোন অংশে অবস্থিত। অতএব স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে উল্লিখিত



লম্বদ্বয়ের পরস্পর ছেদবিন্দুই বৃত্তটীর কেন্দ্র।

অনুমান। এই প্রতিজ্ঞার সাহায্যে বুঝা যাইতেছে, যে উল্লিখিত প্রক্রিয়াদ্বারা এরূপ একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিতে পারা যায়, যে তিনটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু উহার পরিধিতে অবস্থিত হইবে।

প্রথম অধ্যায়—উপক্রমণিকা।

তৃতীয় পরিচ্ছেদ।

রৈখিক পরিমাণের বিভাগ, ও জ্যামিতিক ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করিবার প্রণালী।

ইংরাজী হিসাবে এক ইঞ্চি মাপ রৈখিক পরিমাণের মূল, অর্থাৎ একক রাশিস্বরূপ পরিগণিত। সুতরাং যাবতীয় পরিমাপ ইহারই সংযোগবিয়োগাদিদ্বারা নির্ণীত হইয়া থাকে। ইঞ্চি অপেক্ষা ন্যূন পরিমাণ প্রকাশ করিতে হইলে, ইঞ্চির কোন না কোন অংশ বলিয়া নির্দ্দিষ্ট হয়। আমাদের দেশের বাহাদুরী-কাষ্ঠব্যবসায়ীরা সূক্ষ্মতর পরিমাণের অভিপ্রায়ে এক ইঞ্চিকে দ্বাদশ সমান অংশে বিভক্ত করিয়া প্রত্যেকের বে-ইঞ্চি এই নাম দিয়া থাকে। ইঞ্চি শব্দের মৌলিক অর্থ, কোন পদার্থের বার ভাগের এক ভাগ। ইংরাজী হিসাবে তিন যবে এক ইঞ্চি ধরা হইয়া থাকে।

দৈর্ঘ্য ও বিস্তার মাপিবার প্রণালী।

ইংরাজী হিসাব।	দেশীয় হিসাব।
১২ ইঞ্চি=১ ফুট।	২৪ অঙ্গুলি বা ১৮ ইঞ্চি=১হাত
৩ ফুট=১ গজ, বা ২ হাত।	৪ হাত=১ ধনু।
৬ ফুট=১ ফ্যাদম।	২০০০ ধনু অথবা ৮০০০ হাত } ১ ক্রোশ।
১৬ ½ ফুট বা ৫½ গজ } =১রুড,বা পোল।	৪ ক্রোশ=১ যোজন।

৪ পোল=১ চেন।
১০চেন বা, ৪০পোল=১ফর্লঙ্।
৮ ফর্লঙ্ বা ৫২৮০ ফুট, বা ১৭৬০ গজ,
অথবা ৩৫২০ হাত=১ মাইল।
৬০ মাইল=১ডিগ্রী।

আজি কালি ৮০০০ হাতে ক্রোশ না ধরিয়া অনেকে ইংরাজী হিসাব অনুসারে ২ মাইলে অথবা ৭০৪০ হাতে ক্রোশ ধরিয়া থাকেন। কাপড় প্রভৃতির মাপে হাত ও গজ, এবং রাজমিস্ত্রি ও ছুতার মিস্ত্রির মাপে, ফুট ও ইঞ্চি ব্যবহৃত হয়। ভূমির মাপ উভয় প্রকারেই হইয়া থাকে।

ভূমির দৈর্ঘ্য ও বিস্তার মাপিবার সময়, আর ও এক প্রকার প্রণালী অবলম্বন করা হইয়া থাকে। যথাঃ—

৪ হাত=১ রৈখিক কাঠা, ১ কাঠা লম্বা /১, ৮৯ হাত } =১ রৈখিক কাঠা-বিঘা, ১ বিঘা লম্বা ১/০ ; বা ২০ রৈখিক কাঠা

ইংরাজী হিসাবে ভূমির দৈর্ঘ্য বা বিস্তার মাপিতে হইলে, "গণ্টরের চেন" নামক এক প্রকার চেন সচরাচর ব্যবহৃত হইয়া থাকে। খৃষ্টীয় সপ্তদশ শতাব্দের প্রারম্ভে এডমণ্ড গণ্টর নামক এক ব্যক্তি ঐ চেনের উদ্ভাবন করেন। গণ্টরের চেন ২২ গজ লম্বা, এবং ১০০ সমান অংশে বিভক্ত, এক একটী অংশের নাম লিঙ্ক। অতএব প্রত্যেক লিঙ্কের দৈর্ঘ্য ১ গজের ২২ অংশ, অর্থাৎ ৭০৯২ ইঞ্চি। ২৫ লিঙ্ক=১ পোল; ১০ চেন বা ১০০০ লিঙ্ক=ফর্লঙ্; ৮০ চেন বা ৮০০০ লিঙ্ক=১ মাইল।

এতদ্ভিন্ন ভূমি মাপ করিবার সময় আর এক প্রকার ফিতা ব্যবহৃত হইয়া থাকে, ইহার নাম জরিপী ফিতা বা টেপ;

ইহা দৈর্ঘ্যে ১০০ ফুট এবং প্রত্যেক ফুট ১০ সমান অংশে বিভক্ত।

এতদ্দেশে দুই তিন প্রকার রীতি অনুসারে ভূমির পরিমাণ গ্রহণ করা হয়। তবে জমিদারী রাশিদ্বারাই সচরাচর মাপ হইয়া থাকে। জমিদারী রাশির দৈর্ঘ্য ৪০ গজ বা ৮০ হাত। এবং ইহা ২০ টী সমান অংশে বিভক্ত। প্রত্যেক অংশের নাম কাঠা।

এতদ্ভিন্ন সেকেন্দরী গজের দৈর্ঘ্য ৯ বা ৮মুষ্টি। আট মুষ্টি গজ-দ্বারা লাখেরাজ, ব্রহ্মোত্তর প্রভৃতি ভূমির জরিপ হইয়া থাকে, আর ৯ মুষ্টি গজদ্বারা খাসের জমির মাপ হয়। এই প্রকার ৫৫ গজ, বা ১১০ হস্ত দীর্ঘ রজ্জুর নাম রশি। ঐ রশিকে ২০টী সমান ভাগে বিভক্ত করিয়া প্রত্যেক ভাগকে এক একটী কাঠা কহে।

জ্যামাতিক রেখা ও ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করিবার প্রণালী।

মনে কর এক ইঞ্চি লম্বা কখ নামক একটী ঋজুরেখা টানা গেল, এক্ষণে এই রেখাকে এক ইঞ্চি ধরিয়া এক ফুট লম্বা একটী ঋজুরেখা টানিতে হইলে, কখ রেখার ১২ গুণ লম্বা একটী রেখা টানিতে হয়, এক গজ দীর্ঘ রেখা টানিতে হইলে কখ রেখার ৩৬ গুণ লম্বা রেখা টানিতে হয়। সুতরাং এই নিয়ম অনুসারে কোন নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য প্রকাশ করিতে হইলে প্রকৃতপ্রস্তাবে কাগজ জুড়িয়া জুড়িয়া দেশদেশান্তর ঘুরিতে হয়। অতএব প্রকৃত দৈর্ঘ্য পুস্তকাদিতে আঁকিয়া প্রকাশ করা অসম্ভব। এই জন্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পরিমাণ বৃহত্তর পরিমাণের প্রতিনিধিস্বরূপ ব্যবহার করিতে হয়। এই প্রণালী দ্বারা সকল প্রকার রৈখিক পরিমাণই অতিস্সুচারু-রূপে প্রকাশিত হইয়া থাকে। অঙ্কনপ্রক্রিয়ার সৌকার্য্যার্থ

সুবিধা হইলে প্রকৃত রেখা বা ক্ষেত্র অপেক্ষা যতই ক্ষুদ্র হউক না কেন, যে কোন রেখা বা ক্ষেত্র দ্বারা সমুদয় রেখা ও ক্ষেত্রই প্রকাশিত হইতে পারে। কত দীর্ঘ রেখার প্রতিনিধিস্বরূপ তদপেক্ষা কত ক্ষুদ্র রেখা ব্যবহার করিতে হইবে, কিং-পরিমাণ ক্ষেত্রের পরিবর্ত্তে কিং-পরিমাণ ক্ষেত্র ব্যবহার করা উচিত, তাহার কোন নিয়ম নাই, রেখা ক্ষেত্র প্রভৃতি অঙ্কিত করিবার সময় যেরূপে সুবিধা হয়, তাহাই করা যাইতে পারে। কিন্তু একটী বিষয়ে বিশেষ মনোযোগ প্রদান করা উচিত, অর্থাৎ যদি পরস্পর-সম্বদ্ধ একাধিক রেখা বা ক্ষেত্রের পরিবর্ত্তে উহাদের অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর রেখা বা ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হয়, তাহা হইলে প্রকৃত অর্থাৎ আদর্শ রেখা বা ক্ষেত্রাদির যেরূপ পরস্পর সম্বন্ধ বা অনুপাত, প্রতিনিধি রেখা ও ক্ষেত্রাদির মধ্যেও যেন সেইরূপ সম্বন্ধ বা অনুপাত বজায় রাখা হয়। মনে কর ১০০ গজ দীর্ঘও ৫০ গজ প্রস্থ একটী ক্ষেত্রের প্রতিরূপ অঙ্কিত করিতে হইবে। যদি ১০০ গজ দৈর্ঘ্যের পরিবর্ত্তে ৫ ইঞ্চ দীর্ঘ একটী রেখা টানা যায়, তাহা হইলে ২½ ইঞ্চি রেখা টানিয়া ক্ষেত্রটীর প্রস্থ প্রকাশ করিতে হইবে। যদি ১০০ গজ দৈর্ঘ্যের পরিবর্ত্তে ৩ ইঞ্চি দীর্ঘ রেখা ব্যবহার করা যায়, তাহা হইলে প্রস্থ প্রকাশ করিতে হইলে ৩ ইঞ্চির অর্দ্ধেক অর্থাৎ ১½ ইঞ্চি দীর্ঘ রেখা ব্যবহার করিতে হইবে। ইত্যাদি। আবার যদি ক্ষেত্রটীর দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ প্রকাশক দুই ভুজের মধ্যে একটী সমকোণ থাকে, তাহা হইলে প্রতিনিধি ক্ষেত্রটীকেও সমকোণী করিতে হইবে। যদি দুইয়ের মধ্যে একটী নির্দ্দিষ্ট পরিমাণ স্থূলকোণ থাকে, তাহা হইলে প্রতিকৃতিটীতেও সেইরূপ কোণ করিতে হইবে। ফলতঃ প্রতিনিধি রেখা ও ক্ষেত্র যাহাতে প্রকৃত রেখা ও

ক্ষেত্রের সদৃশ হয় এরূপ করিয়া প্রতিকৃতি অঙ্কিত করাই বিধেয়।

জ্যামিতিক রেখা ক্ষেত্র প্রভৃতি উপরি উক্ত প্রকারে পরিস্কৃত রূপে আঁকিতে হইলে কয়েক প্রকার যন্ত্রের ব্যবহার করিতে হয়। তন্মধ্যে কাঁটা কম্পাস, সোজা স্কেল, ও ডায়েগনাল স্কেল অর্থাৎ টেরচা মানদণ্ড, সমান্তর রুলর, সমকোণী, ও প্রোট্রাক্টর বা কোণমান যন্ত্র এই কয়েকটী অত্যাবশ্যক। এই কয়েকটীর ব্যবহার দ্বারা সকল প্রকার জ্যামিতিক রেখা ও ক্ষেত্রাদি অঙ্কিত করা যায়।

কাঁটা কম্পাস। এই যন্ত্রটী দুইটী পিত্তলনির্ম্মিত শলাকা বা কাঁটা বিশিষ্ট। এই দুইটী শলাকা খিল দিয়া পরস্পর আঁটা, সুতরাং প্রয়োজনমত সঙ্কুচিত ও বিস্তারিত হইতে পারে। কাঁটা দুইটীর অগ্রভাগ সূচ্যগ্রবৎ। সীমাবন্দির সময়, দুই নিদর্শনস্থানের মধ্যগত ব্যবধানের পরিমাণ যত বিঘা বলিয়া চিঠাতে লিখিত থাকে, মানদণ্ডের উপর এক হইতে তত বিঘা পর্য্যন্ত কাঁটা কম্পাসের দুই পদ বিস্তৃত করিতে হয়। এই প্রকারে কম্পাসের পদদ্বয়ের মধ্যগত ব্যবধানদ্বারা নিদর্শন স্থানদ্বয়ের মধ্যগত, ব্যবধান নির্দ্দিষ্ট হইয়া থাকে। কম্পাসদ্বারা বৃত্তক্ষেত্র অতি সহজে অঙ্কিত হয়, কোন নির্দ্দিষ্টপরিমাণ ব্যাস বা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইলে প্রথমতঃ কম্পাস ও টেরচা মানদণ্ডের সাহায্যে উক্ত ব্যাসপরিমাণ বা ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ নির্দ্ধারণ করিয়া পরে বৃত্ত আঁকিতে হয়। কম্পাসের সাহায্যে মানদণ্ড হইতে ইচ্ছামত দূরত্ব গ্রহণ করিয়া ঋজুরেখা টানা যাইতে পারে, ও কোন ঋজুরেখা হইতে ক্ষুদ্রতর ঋজুরেখা কাটিয়া লওয়া

যাইতে পারে, ফলতঃ কম্পাস দ্বারা জ্যামিতিক রেখা প্রভৃতি অঙ্কিত করিবার পক্ষে সমূহ উপকার হয়। অতএব প্রত্যেক পাঠার্থীর নিকট অন্ততঃ একটী কম্পাসও থাকা নিতান্ত আবশ্যক।

সমকোণী। এই যন্ত্রটী একখানি কাষ্ঠখণ্ডদ্বারা নির্ম্মিত দুইটী ত্রিভুজ মাত্র। ইহা দ্বারা লম্ব রেখা, সমকোণ প্রভৃতি সহজেই আঁকিতে পারা যায়।

সমান্তর রুলর। এই যন্ত্রটী সমচতুষ্কোণ দুই খণ্ড ক্ষুদ্র তক্তা-মাত্র পরস্পর দুই পিত্তলের ফলকদ্বারা আবদ্ধ। তক্তা দুইখানি সমান্তরভাবে অবস্থিত, ও স্ক্রুর সাহায্যে তক্তা দুইখানিকে ইচ্ছানুসারে বিস্তৃত ও সঙ্কুচিত করা যাইতে পারে। এই যন্ত্রদ্বারা সমান ও সমান্তর ঋজুরেখা টানা যায়।

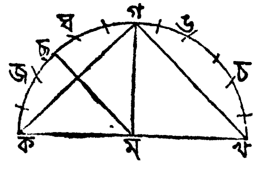
প্রোট্রাক্টার পরিবর্দ্ধক বা কোণমান যন্ত্র।

জ্যামিতিক গণনার সুবিধার্থ, বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ৩৬০ সমান ভাগে বিভক্ত হইয়া থাকে। এই সকল ভাগের প্রত্যেকটীকে এক একটী অংশ কহে। প্রত্যেক অংশ ৬০ সমান ভাগে বিভক্ত, প্রত্যেকের নাম কলা। কলাও আবার ৬০ সমান অংশে বিভক্ত, প্রত্যেক অংশের নাম বিকলা। সুতরাং এক সামিবৃত্তে সর্ব্বসমেত ১৮০টী অংশ ও এক বৃত্তপাদে ৯০টী অংশ থাকে। কোণের পরিমাণ নির্ব্বাচনার্থ অংশের প্রয়োজন। কোন একটী নির্দ্দিষ্ট কোণ কত বড় তাহা নির্ণয় করিতে হইলে, কোণটী "এত অংশ পরিমিত" বলিয়া নির্দ্দেশ করিতে হয়। উল্লিখিত ৩৬০ অংশের এক একটী অংশ কোণমানের একক স্বরূপ ব্যবহৃত হইয়া থাকে। ৯০ অংশ পরিমিত কোণের নাম সমকোণ। কোন নির্দ্দিষ্ট কোণ, ৯০ অংশ অপেক্ষা ন্যূনপরিমাণ হইলে সূক্ষ্মকোণ এবং

উহা অপেক্ষা অধিক পরিমাণ হইলে স্থূলকোণ কহে। অতএব স্পষ্টই প্রতীয়মান হইতেছে যে, এক পূর্ণবৃত্তে অর্থাৎ একটী বিন্দুর চতুর্দ্দিকে যতগুলি কোণ থাকিতে পারে, তৎসমুদয়ের সমষ্টি চারিটী সমকোণের সহিত সমান।

কোন নির্দ্দিষ্ট অংশ পরিমাণ কোণ বিন্যাস করিতে হইলে, এক প্রকার যন্ত্র ব্যবহৃত হইয়া থাকে, তাহাকে পরিবর্দ্ধক বা প্রোট্রাক্টার যন্ত্র কহে। কোণাশ্রিত রেখাগুলি ইহাদ্বারা ইচ্ছানুসারে বর্দ্ধিত করিতে পারা যায় বলিয়া এই যন্ত্রের নাম পরিবর্দ্ধক যন্ত্র। ইহাকে কোণমান যন্ত্রও বলা যায়। কোণমান যন্ত্র দ্বিবিধ আকারের হইতে পারে। সামিবৃত্তাকার ও আয়ত ক্ষেত্রাকার। সামিবৃত্তাকার যন্ত্রে ধনুটী ১৮০ সমান অংশে বিভক্ত থাকে এবং বাম হইতে ডাহিনে, ও ডাহিন হইতে বামে দুই স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র সারি সংখ্যাদ্বারা অংশ সংখ্যাগুলি চিহ্নিত থাকে। আয়তক্ষেত্রাকার যন্ত্র অধুনা ব্যবহৃত হইতে আরম্ভ হইয়াছে। অংশের পরিমাণ ও সংখ্যাগুলি উভয় আকারের যন্ত্রেই ভ্রান্তিবিরহিতরূপে চিহ্নিত থাকে। এই যন্ত্র বৃত্তক্ষেত্রাকার ও হইতে পারে।

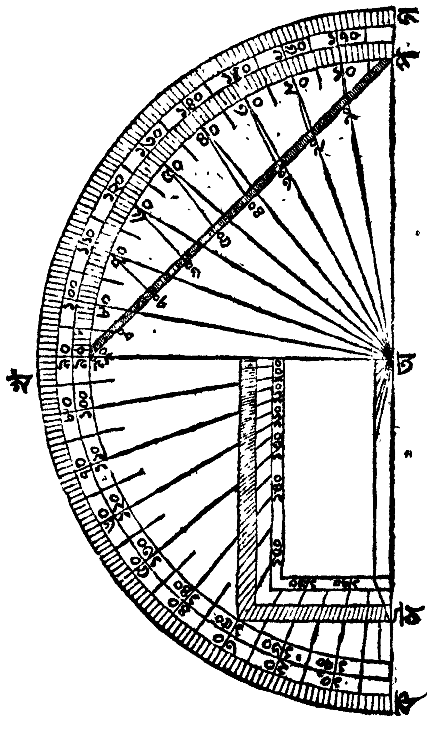
সামিবৃত্তাকার পরিবর্দ্ধক নির্ম্মাণ করিবার কৌশল।



কখ নামক কোন নির্দ্দিষ্ট পরিমাণ ব্যাসের উপর একটী সামিবৃত্ত অঙ্কিত কর, এবং **কখ** ব্যাসের উপর ম কেন্দ্র হইতে মগ লম্ব উত্তোলন পূর্ব্বক সামিবৃত্তটীকে দুই পাদবৃত্তে বিভাগ কর। **ক, খ, ও গ** বিন্দু হইতে সামিবৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ টানিয়া উহাদের দ্বারা সামিবৃত্তের পরিধিকে **ঘ, ঙ, জ,** ও

চ, বিন্দুতে ছেদ কর। এইরূপ করিলে সামিবৃত্তের পরিধিটী প্রত্যেকে ৩০ অংশ পরিমিত ছয়টী সমান ভাগে বিভক্ত হইবে। অনন্তর কগ জ্যা বিন্যাস কর। এবং তদুপরি মছ ব্যাসার্দ্ধ লম্বভাবে পাতিত করিয়া জঘ ধনু, ও কগ পাদ-বৃত্তকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত কর। তাহা হইলে জছ, ও

সামিবৃত্তাকার পরিবর্ত্তক বা চাঁদা।



ছঘ ধনু বা চাপদ্বয় প্রত্যেকে ১৫ অংশ পরিমিত হইল। এবং ইহাদের অভিমুখীন কোণদ্বয় ও তদনুসারে ১৫ অংশ পরিমিত হইল। এক্ষণে জছ বা ঘছ পরিমিত বৃত্তাংশ সমস্ত পরিধিতে

কল্পনা করিয়া, পরিধিটীকে ১৫ অংশ পরিমাণ এক এক চাপে বিভক্ত কর। তাহা হইলে সর্ব্বসমেত এইরূপ ১২টী ভাগ হইবে। তাহার পর এই ১২টীর প্রত্যেক চাপকে অনুমান দ্বারা তিন তিন সমান ভাগে বিভক্ত করিলে, এক একটী ৫ অংশ পরিমিত চাপ প্রাপ্ত হওয়া যাইবে, এবং পরিধিটী প্রত্যেকে ৫ অংশ পরিমিত ৩৬টী ভাগে বিভক্ত হইবে। আবার এইরূপ প্রত্যেক চাপকে পাঁচ পাঁচ সমান ভাগে বিভক্ত করিয়া ১ অংশ পরিমাণ চাপ পাওয়া যাইবে। অনুমান দ্বারা না করিয়া প্রত্যেক চাপের জ্যা, যদি জ্যামান-যন্ত্রদ্বারা নির্ণয় করিয়া লইয়া পরে অভীষ্ট চাপগুলি বিন্যাস করা যায়, তাহা হইলে ক্ষুদ্রতর ভাগগুলি অভ্রান্তরূপে অঙ্কিত করা যাইতে পারে। উল্লিখিত ভাগগুলি সম্পূর্ণ হইলেই প্রোট্রাক্টর যন্ত্র ব্যবহারোপযোগী হইবে, অর্থাৎ উহাদ্বারা কোণ পরিমাণ করা যাইতে পারিবে। ছাত্রদিগের শিক্ষার্থ পরিবর্দ্ধক যন্ত্রের একটী প্রতিকৃতি উপরে প্রদত্ত হইল।

প্রোট্রাক্টর বা পরিবর্দ্ধক যন্ত্রের ব্যবহার।

কোন ঋজুরেখার উপর কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দুতে কোন নির্দ্দিষ্ট পরিমাণ কোণ নিষ্কাশন করিতে হইলে, কোণমান বা পরিবর্দ্ধক যন্ত্রের ব্যাস নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার উপর এরূপে সংস্থাপিত কর, যে পরিবর্দ্ধকের ম নামক কেন্দ্র স্থান উক্ত ঋজুরেখার নির্দ্দিষ্ট বিন্দুর উপর পতিত হইবে ও উহার সহিত মিলিয়া যাইবে, এবং উহার ব্যাস উক্ত রেখার উপরেই পতিত হইবে। পরে যত অংশ পরিমাণ কোণ বিন্যাস করা আবশ্যক পরিবর্দ্ধকের পরিধির উপর যেখানে সেই অংশসূচক সংখ্যা নিহিত আছে, তথায় পেন্সিল বা আলপিন দ্বারা একটী ক্ষুদ্র দাগ দেও এবং একটী অক্ষর নিহিত কর। অনন্তর যন্ত্র সরাইয়া লইয়া যে স্থলে

উক্ত বিন্দু পড়িবে, তথা হইতে কেন্দ্র পর্য্যন্ত একটী ঋজুরেখা টান। তাহা হইলে এই ঋজুরেখা নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার সহিত সম্পাতে নির্দ্দিষ্ট পরিমাণ কোণ উৎপন্ন করিবে।

উদাহরণ। মনে কর নির্দ্দিষ্ট **কখ** ঋজুরেখার ম বিন্দুতে ৬০ অংশ পরিমাণ একটী কোণ বিন্যাস করিতে হইবে। (পূর্ব্বের প্রতিকৃতি দেখ) পরিবর্দ্ধক যন্ত্রের কেন্দ্রবিন্দু নির্দ্দিষ্ট ম বিন্দুর উপর এরূপে সংস্থাপিত কর যে উহারা যেন পরস্পর মিলিয়া একীভূত হয় ও পরিবর্দ্ধকের ব্যাস উক্ত ঋজুরেখার উপরেই পড়ে। পরে পরিবর্দ্ধকের পরিধিতে যে স্থানে ৬০ অংশের চিহ্ন নির্দ্দিষ্ট আছে, পেন্সিল দ্বারা তথায় একটী দাগ দিয়া ঘ অক্ষর বসাও। অনন্তর ঘ বিন্দু হইতে ম বিন্দু পর্য্যন্ত একটী ঋজুরেখা টান। তাহা হইলে অভীষ্ট কোণ উৎপন্ন হইবে।

পরিবর্দ্ধক যন্ত্রদ্বারা যেরূপ কোন নির্দ্দিষ্ট পরিমাণ কোণ প্রণয়ন করা যায়, তদ্রূপ কোন নির্দ্দিষ্ট কোণের পরিমাণ কত তাহাও অনায়াসেই নির্ণীত হইতে পারে। কোন নির্দ্দিষ্ট কোণের পরিমাণ কত তাহা নির্দ্ধারণ করিতে হইলে পরিবর্দ্ধক যন্ত্রের কেন্দ্রটী ঠিক নির্দ্দিষ্ট কৌণিক বিন্দুর উপর নিহিত কর, এবং উহার ব্যাসটী কোণাশ্রিত ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে ঠিক একের উপরেই এরূপে নিহিত কর যে, পরিমেয় কোণটী যেন পরিধির ভিতরের দিকে পড়ে। তাহা হইলে অপর ঋজুরেখাটী পরিধির যে স্থানে পড়িবে, তথায় যত অংশের চিহ্ন আছে, তাহাই নির্দ্দিষ্ট কোণের পরিমাণ হইবে। ফলতঃ এরূপ স্থলে পরিবর্দ্ধকের কেন্দ্রটী নির্দ্দিষ্ট কৌণিক বিন্দুর উপর সংস্থাপিত করিলেই নির্দ্দিষ্ট কোণের পরিমাণ জানা যাইতে পারে। কোণাশ্রিত কোন রেখার উপর পরিবর্দ্ধকের ব্যাস নিহিত করিবার তাদৃশ

প্রয়োজন নাই, কারণ কৌণিক বিন্দুর উপর পরিবর্দ্ধকের কেন্দ্রটী সংস্থাপিত করিলে কোণাশ্রিত ঋজুরেখাদ্বয় যে যে বিন্দুতে পরিধিকে স্পর্শ করিবে, উক্ত বিন্দুদ্বয়ের অন্তর্গত ধনুর পরিমাণ চিহ্ন দেখিলেই কোণটীর পরিমাণ জানা যাইবে, কারণ উভয়েই অভিন্ন। এই প্রকারে আবার কোণ পরিমাণ করিবার জন্য একটী স্বতন্ত্র জ্যামানদণ্ড নির্ম্মিত হইতে পারে।

মানদণ্ড বা স্কেল।

কোন নির্দ্দিষ্ট দূরত্বকে সুবিধামত অনেক সমান অংশে বিভক্ত করিয়া ক্ষুদ্রতর আয়তনে প্রকাশিত করিবার জন্য যে দণ্ডে বা কাষ্ঠফলকে অঙ্কিত করা যায় তাহার নাম মানদণ্ড। মানদণ্ডের সাহায্যে ক্ষেত্রাদি যেকোন পদার্থকে অল্প স্থানের মধ্যে এরূপে অঙ্কিত করিতে পারা যায়, যে নক্সার সমস্ত অংশই উপযুক্ত স্থানে সন্নিবেশিত হইতে পারে, এবং আদর্শের সর্ব্বাবয়বের সহিত নক্সার সর্ব্বাবয়বই সমানুপাতী হয়। ফলতঃ মানদণ্ডের সাহায্যে ক্ষেত্রাদি এরূপ কৌশলে অঙ্কিত হইতে পারে, যে উহাদের প্রতিকৃতি মাত্র দর্শনে প্রকৃত আকারও পরিমাণ কি তাহা সহজেই নিরূপণ করিতে পারা যায়। মানদণ্ড দুই প্রকার, সোজা, ও টেরচা বা ডায়োগনাল স্কেল। কত পরিমাণ দৈর্ঘ্যের পরিবর্ত্তে কত পরিমাণ দৈর্ঘ্য নক্সায় ব্যবহার করা উচিত তাহার কিছুমাত্র নিয়ম নাই। কোন কোন মানদণ্ডে $\frac{1}{2}$ ইঞ্চি পরিমিত দৈর্ঘ্য ১ ফুটের স্থানীয়, কোন কোন দণ্ডে ১ ইঞ্চি ১ গজের স্থানীয়, আবার কোথাও বা ২ বা ৩ ইঞ্চি এক মাইলের পরিবর্ত্তেও ব্যবহৃত হইয়া থাকে। সোজা স্কেলে ইঞ্চি বা অন্য কোন পরিমাণ লইয়া উহাকে ১০ ভাগ করিতে

হয় ; টেরচা স্কেলে উহাকে শত ভাগ করা হইয়া থাকে। যদি প্রশ্ন এরূপ থাকে যে ইঞ্চি মাপের সোজা স্কেল কর, তাহা হইলে প্রশ্নের মর্ম্ম এই বুঝিতে হইবে যে, যে স্কেলে ইঞ্চির ১০ ভাগের ১ ভাগ পর্য্যন্ত পাওয়া যায়, এরূপ একটী স্কেল প্রস্তুত করিতে হইবে। আবার যদি প্রশ্ন এরূপ থাকে যে, ইঞ্চি মাপের টেরচা স্কেল কর, তাহা হইলে এই বুঝিতে হইবে যে, যে স্কেলে ইঞ্চির শত ভাগের এক ভাগ পর্য্যন্ত পাওয়া যাইতে পারে, এরূপ স্কেল প্রস্তুত করিতে হইবে। স্কেল সর্ব্বত্র সমান হয় না, ভিন্ন ভিন্ন স্থলে ভিন্ন ভিন্ন প্রকার স্কেল প্রণয়ন করিতে হয়, কিন্তু কোন নক্সা অঙ্কিত করিবার সময় কিরূপ স্কেল অনুসারে উহা অঙ্কিত করা সুবিধা, সর্ব্বত্রই তাহা নির্দ্ধারণ করা আবশ্যক। যত প্রকার স্কেল হইতে পারে, তৎসমুদয়ের মধ্যে এক ইঞ্চিতে তাহাদের যেটীতে যত ফুট বুঝায় তাহা ধরিয়া তাহাদের নামকরণ হইয়া থাকে। যে স্কেলের ১ ইঞ্চিতে ১০০ ফুট বুঝায়, তাহাকে ১ ইঞ্চি মাপের শত ফুটিয়া স্কেল কহে। এই প্রকার যে স্থলে এক ইঞ্চিতে ২০০, বা ৫০০ ফুট প্রভৃতি বুঝায়, তাহাকে এক ইঞ্চি মাপের ২০০ বা ৫০০ ফুটিয়া স্কেল কহা যায়। অতএব কোন নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে ১০০, ২০০ প্রভৃতি কোন প্রকার ফুটিয়া স্কেলে অঙ্কিত কর বলিলে বুঝিতে হইবে, যে উক্ত দৈর্ঘ্যাদি পরিমাণের ১০০, বা ২০০ ফুটকে ১ ইঞ্চি ধরিয়া নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে। কোন নির্দ্দিষ্ট নক্সার মানদণ্ডদ্বারা পদার্থের রৈখিক পরিমাণের উপলব্ধি হইয়া থাকে। ক্ষেত্রফল বা ভূপৃষ্ঠগত অবয়বের সহিত মানদণ্ডের কোন সম্পর্ক নাই। নক্সা প্রকৃত পদার্থের অর্দ্ধপরিমিত মানদণ্ডদ্বারা অঙ্কিত হইলে নক্সার

রৈখিক পরিমাণ প্রকৃত পদার্থের রৈখিক পরিমাণের অর্দ্ধেক হইবে, কিন্তু নক্সার ক্ষেত্রফল আদর্শের ক্ষেত্রফলের চারিভাগের একভাগ মাত্র হইবে। এইরূপ অন্যান্য স্থলেও বুঝিতে হইবে।

সোজা স্কেল বা গজ প্রস্তুত করিবার প্রণালী।

ইঞ্চি মাপের সোজা স্কেল। স্কেলের এক ইঞ্চিতে কোন নির্দ্দিষ্টসংখ্যক ফুট বুঝাইবে এরূপ একটী স্কেল প্রস্তুত করিতে হইবে।

একটী ঋজুরেখা টান, এবং একটী স্কেল যন্ত্র হইতে কম্পাস-দ্বারা এক ইঞ্চি মাপিয়া লও। অনন্তর রেখাটীর উপরে ১ ইঞ্চি মাপের কয়েকটী দাগ পরে পরে বসাইয়া দেও। স্কেল যত ইঞ্চি করিবার প্রয়োজন প্রথমে যে ১ ইঞ্চি মাপ লইয়াছ তাহার পর তত সমান ভাগ কর। পরে সর্ব্বের বামদিকের বিন্দুর উপর ১, তাহার ডাহিনের বিন্দুর উপর ০, এবং ০ শূন্যের ডাহিনের ১ ইঞ্চি পরিমিত ভাগগুলির সূচক বিন্দুগুলির উপর যথাক্রমে ১,২,৩,৪, প্রভৃতি আবশ্যকমত সংখ্যা লিখ। তৎপরে রেখাটীর সর্ব্বের বামদিকের ভাগটীকে অর্থাৎ যে ভাগের বামে ১, ও ডাহিনে ০ চিহ্ন দেওয়া হইয়াছে, সেইটীকে দশ সমান ভাগে বিভক্ত কর। সুতরাং এই ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ভাগ গুলি প্রত্যেক ১ ইঞ্চির দশ ভাগের এক ভাগ হইতেছে।

স্কেলের দ্বারা দুইটী প্রয়োজন সিদ্ধ হয়, প্রথমতঃ ইহাদ্বারা কোন নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য মাপিয়া লওয়া যাইতে পারে; দ্বিতীয়তঃ, কোন দৈর্ঘ্য ইহাদ্বারা মাপিয়া পরিমাণ করা যাইতে পারে। ১ম, যদি সোজা স্কেল হইতে কোন নির্দ্দিষ্টসংখ্যক ইঞ্চি লইবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে যত ইঞ্চি লইবার প্রয়োজন, বড়



ভাগগুলির তত সংখ্যাদ্বারা চিহ্নিত ভাগের মাতায় কম্পাসের এক পদ স্থাপিত করিয়া, অপর পদ ০ চিহ্নিত বিন্দুর উপর পর্য্যন্ত বাড়াইয়া দিবে। তাহা হইলে কম্পাসের পদদ্বয়ের অন্তর্গত দৈর্ঘ্য নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য হইবে। যদি ৩ ইঞ্চি লইবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে ৩ চিহ্নিত স্থানে কম্পাসের প্রথম পদ রাখিয়া ০ চিহ্নিত স্থানে দ্বিতীয় পদ বাড়াইয়া দিবে। ৫ ইঞ্চি লইবার প্রয়োজন হইলে ৫ চিহ্নিত স্থানে কম্পাসের প্রথম ও ০ চিহ্নিত স্থানে দ্বিতীয় পদ বিন্যস্ত করিবে, ইত্যাদি। যদি স্কেল হইতে কোন নির্দ্দিষ্ট সংখ্যক ইঞ্চি ও এক ইঞ্চির ১০ ভাগের কোন নির্দ্দিষ্টসংখ্যক ভাগ লইতে হয়, তাহা হইলে, প্রশ্নে যত ইঞ্চির উল্লেখ থাকিবে, কম্পাসের প্রথম পদ বড় ভাগগুলির তত চিহ্নিত ভাগের মাতায় বসাইবে, পরে ইঞ্চির ১০ ভাগের যত ভাগের উল্লেখ আছে, কম্পাসের অপর পদ ক্ষুদ্র-ভাগগুলির তত চিহ্নিত দাগের উপর বসাইবে। তাহা হইলে কম্পাসের পদদ্বয়ের অন্তর্গত স্থান আবশ্যক দূরত্ব হইবে। ৪ ইঞ্চি ও ১ ইঞ্চির ১০ ভাগের ৬ ভাগ লইতে হইলে, কম্পাসের প্রথম পদ ৪ চিহ্নিত বড় ভাগের উপরে ও দ্বিতীয় পদ চিহ্নিত ছোট ভাগের উপরে বসাইতে হইবে। তাহা হইলে কম্পাসের দুই পদের অন্তর্গত স্থান ৪ইঞ্চি ও ১ ইঞ্চির ১০ ভাগের ৬ ভাগ পরিমিত হইবে।

এই স্থলে স্কেলের ১ ইঞ্চি, আদর্শের ১ ফুট বা ১২ ইঞ্চি, ১ গজ বা ৩৬ ইঞ্চি, প্রভৃতি যে কোন দৈর্ঘ্যের প্রতিনিধিস্বরূপে ব্যবহৃত হইতে পারে। যদি এক ইঞ্চি ১ গজের পরিবর্ত্তে ব্যবহৃত

হয়, তাহা হইলে বাম ভাগের ক্ষুদ্র দাগগুলি প্রত্যেকে ১ গজ অর্থাৎ ৩৬ ইঞ্চির ১০ ভাগের ১ ভাগ হইবে। যদি ১ ইঞ্চি এক মাইলের পরিবর্ত্তে ব্যবহৃত হয়, তবে ক্ষুদ্রভাগগুলি প্রত্যেকে ১ মাইলের ১০ ভাগের এক ভাগ বলিয়া পরিগণিত হইবে ইত্যাদি। ২য়ঃ—যদি সোজা স্কেলের সাহায্যে কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখাদির দৈর্ঘ্য কত, তাহা নির্ণয় করিতে হয়, তাহা হইলে, ঋজুরেখাটীর এক প্রান্ত স্কেলের ০ চিহ্নিত স্থানে বিন্যস্ত করিয়া ডাহিনদিকের দাগে দাগে মাপিলেই কার্য্য চলিতে পারে।

(২) ছয় ফুটে এক ইঞ্চি ধরিয়া একটী সোজা স্কেল নির্ম্মাণ করিতে হইবে। ইঞ্চি মাপের মানদণ্ড হইতে **কখ** ঋজুরেখা ১ ইঞ্চির সমান করিয়া লও। পরে **কখ** ছয়টী সমান খণ্ডে বিভক্ত কর, তাহা হইলে উহার প্রত্যেক অংশ এক ফুটের সমান হইল। অনন্তর **কখ** রেখার ডাহিনে **খ** হইতে যে পর্য্যন্ত লইলে উক্ত ৬ অংশের ৪ অংশের সমান হয়, সেই স্থানে **গ** চিহ্ন দেও, তাহা হইলে **কখ** রেখা ১০ অংশ অর্থাৎ ১০ ফুটের সমান হইল। পরে **কগ** রেখার সমান করিয়া **গ** বিন্দুর ডাহিন দিকে **গঘ**, **ঘচ**, প্রভৃতি ব্যবধান চিহ্নিত করিয়া দেও। তাহা হইলে, দশ দশ ফুটের স্কেল পাওয়া গেল, এবং সর্ব্বের বামস্থ প্রথম ১০ ফুটের খণ্ড এক এক ফুটেও বিভক্ত হইল। এই দণ্ডের **ক** বিন্দুতে ১০ সংখ্যা দিতে হইবে, এবং **ক** হইতে **গ** পর্য্যন্ত যে ১০ ভাগ হইয়াছে তৎসমুদয় ১, ২, প্রভৃতি সংখ্যাদ্বারা চিহ্নিত করিতে হইবে। তাহার পর **গ**, **ঘ**, **চ** ইত্যাদি বিন্দুতে ১, ১০ প্রভৃতি সংখ্যা দিতে হইবে। প্রথম খণ্ডের অংশসূচক সংখ্যার বিপর্য্যয় না করিলে, যাহার দৈর্ঘ্য পরিমাণ দশ দশ অপেক্ষা অল্প অথবা অধিক তাহার মাপ এই দণ্ড দ্বারা সহজে পাওয়া

যাইত না। এক এক ফুটের অংশ গুলি যদি বড় হয়, তাহা হইলে ক বিন্দুর বামদিকে ঐ এক অংশের সমান করিয়া কম রেখা লইয়া উহাকে ১০, ২, বা ৪ সমান অংশে বিভক্ত করিলে বিশেষ সুবিধা হইতে পারে।

সোজা স্কেল নানাপ্রকার হইতে পারে। উপরে যে দুইটি উদাহরণ প্রদত্ত হইয়াছে উহাতে প্রদর্শিত নিয়ম অনুসারে সকল প্রকার স্কেলই প্রস্তুত করা যাইতে পারিবে। ইঞ্চির চতুর্থাংশ বা অন্য কোন অংশের সোজা স্কেল করিতে হইলে, সর্ব্বাগ্রে ১ ইঞ্চিকে তত ভাগ করিয়া লইতে হইবে, পরে তাহার এক ভাগকে পুনর্ব্বার ১০ ভাগ করিয়া পূর্ব্বের ন্যায় সংখ্যা লিখিয়া দিলেই স্কেল হইবে।

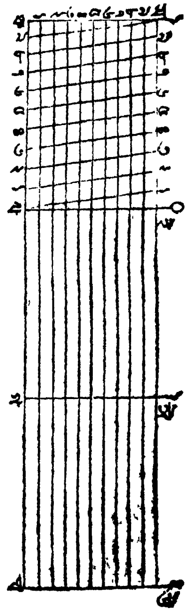
ডায়োগনাল স্কেল, বা টেরচা মানদণ্ড।

ডায়োগনাল স্কেল দ্বারা ইঞ্চি প্রভৃতি মাপের অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশও পাওয়া যাইতে পারে। এই স্কেল দুই প্রকার। এক প্রকারে ক্ষুদ্র অংশগুলি প্রত্যেকে ১০ ভাগের এক ভাগ, আর আর এক প্রকারে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশগুলি দ্বাদশ ভাগের এক এক ভাগ।

দশমাংশীকৃত একটী ডায়োগনাল স্কেল প্রস্তুত করিতে হইবে, এবং কি প্রকারে উহার ব্যবহার করিতে হয়, তাহাও স্থির করিতে হইবে।

যত ইচ্ছা সুবিধামত দৈর্ঘ্য লইয়া কখ নাম দিয়া একটী ঋজুরেখা টান। কখ ঋজুরেখাকে এরূপে বর্দ্ধিত কর, যে সমগ্র রেখাটী (বা উহার বর্দ্ধিত অংশ) যেন কখ অংশের ১০ গুণ হয়। এবং খগ, গঘ, ইত্যাদি অংশ কখ অংশের সমান

কর। এক্ষণে সমগ্র রেখাটীর সহিত সমান্তর করিয়া আর একটী ঋজুরেখা টান। এই রেখাতে কখ, খগ, গঘ, ঘঙ, প্রভৃতি, অংশের সমান অংশ সকল চিহ্নিত কর। মনে কর এই অংশ গুলি অই, ইঈ, ঈউ, উঊ, প্রভৃতিরূপে চিহ্নিত হইল। কঅ, খই, গঈ, ঘউ, ঙঊ প্রভৃতি রেখাগুলি টান। কঅ ঋজুরেখাকে ১০ সমান অংশে বিভক্ত কর, এবং বিভাগবিন্দু সকল হইতে কখ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর করিয়া ৯টী ঋজুরেখা টান, এবং এগুলিকে শেষ পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত কর। খক ঋজুরেখাকে ১০ সমান অংশে বিভক্ত কর, এবং ভাগ বিন্দুগুলিকে ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ও ৯ সংখ্যাদ্বারা চিহ্নিত কর। ইঅ ঋজুরেখাকে ১০ সমান ভাগে বিভক্ত কর। খক, ও ইঅ ঋজুরেখাদ্বয়ের ভাগ বিন্দুগুলি, কর্ণরেখাসমূহ দ্বারা পরস্পর সংযুক্ত কর। অর্থাৎ খ বিন্দুকে উহার সন্নিহিত বিন্দুর সহিত ১ বিন্দুকে উহার সন্নিহিত বিন্দুর সহিত, ইত্যাদি ক্রমে যোগ কর। কঅ, খই, গঈ, ঘউ, ঙঊ প্রভৃতি রেখাগুলিকে কখ রেখার লম্বস্বরূপে টানাই ব্যবহার, কিন্তু এগুলিকে লম্বস্বরূপে না টানিলে যে কার্য্য চলিতে পারে না এরূপ নহে। এই প্রক্রিয়াগুলি শেষ হইলেই স্কেলটী প্রস্তুত হইল। দৃশ্যমান প্রতিকৃতিতে স্থানাভাব বশতঃ সমগ্র স্কেলটী অঙ্কিত হয় নাই।



ডায়োগনাল স্কেলের দ্বিবিধ প্রয়োজন। ১ম ইহাদ্বারা নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য যে কোন ঋজুরেখা টানা যাইতে পারে, দ্বিতীয়তঃ কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার কত দৈর্ঘ্য তাহাও ইহা দ্বারা পরিমাণ করা যাইতে পারে।

প্রথমতঃ, ইহাদ্বারা নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য ঋজুরেখা টানিতে পারা যায়। মনে কর **কখ** ঋজুরেখা এক ইঞ্চি পরিমাণ। মনে কর ইহার সাহায্যে ২·৫৭ ইঞ্চি পরিমাণ গ্রহণ করিতে হইবে। কম্পাসের এক পদ ঘ (বা উপরের ২) চিহ্নের উপর সংস্থাপিত কর, এবং অপর পদটী বিস্তৃত করিয়া ৫ চিহ্নের উপর স্থাপন কর। তাহা হইলে ২·৫ পরিমাণ পাওয়া যাইতেছে, ইহা স্পষ্টই বুঝা গেল। পরে কম্পাসের এক পদ ঘউ, ও অপর পদ ৫ চিহ্নে যে কর্ণ রেখা আরম্ভ হইতেছে, এই উভয়ের উপর দিয়া চালিত কর, করিলে পদদ্বয় যখন উভয়েই সপ্তম কর্ণ রেখার উপর উপনীত হইবে,তখন পদদ্বয়ের অন্তর্গত দূরত্ব ২·৫৭ ইঞ্চি হইবে।

কিন্তু যদি **কখ** ঋজুরেখা ১ ইঞ্চির সমান না হইয়া ১০ ইঞ্চির সমান হয়, তাহা হইলে ক্ষুদ্রভাগগুলি প্রত্যেকে এক এক ইঞ্চি পরিমিত হইবে, এবং উপরি উক্তরূপে পরিমাণ গ্রহণ করিলে উহা ২·৫৭ না হইয়া ২৫·৭ ইঞ্চি হইবে। যদি **কখ** ঋজুরেখা ১০০ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে ক্ষুদ্র ভাগ গুলি প্রত্যেকে ১০ ইঞ্চি পরিমিত হইবে, এবং উপরিউক্ত প্রকারে পরিমাণ গ্রহণ করিলে উহা ২৫৭ ইঞ্চি হইবে। ইত্যাদি।

দ্বিতীয়তঃ। এই স্কেলের সাহায্যে কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার দৈর্ঘ্য পরিমাণ করিতে পারা যায়। কম্পাসের দুই পদ নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখাদ্বয়ের উভয় প্রান্ত পর্য্যন্ত বিস্তৃত কর, পরে উহার একটী পদ প্রয়োজনমত খই, গঙ্গ প্রভৃতি যে কোন একটী এড়ো

রেখার উপর দিয়া চালিত কর, আর একটী পদ যে কোন একটী কর্ণরেখার উপর দিয়া চালিত কর, এইরূপ করিতে করিতে, যখন কম্পাসের পদদ্বয় কখ রেখার সমান্তর কোন একটী ঋজুরেখার দুই বিভাগবিন্দুতে পতিত হইবে, তখন পদদ্বয়ের মধ্যে যে ফাঁক টুকু হইবে, তাহাই নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার দৈর্ঘ্য বলিয়া বুঝিতে হইবে। মনে কর কম্পাসের একটী পদ গঙ্গ ঋজুরেখার উপর ও অপর পদটী ৯ চিহ্নে যে কর্ণরেখাটী আরম্ভ হইতেছে, তাহার উপর পতিত আছে, এবং উভয় পদই কখ ঋজুরেখার পঞ্চম সমান্তর রেখার উপর অবস্থিত আছে, তাহা হইলে নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখাটীর দৈর্ঘ্য কখ ঋজুরেখার দৈর্ঘ্যের ১·৯৫ গুণ হইবে। ইত্যাদি।

এস্থলে একটী বিষয় বিশেষ মনোযোগ সহকারে বুঝিতে হইবে। কখ রেখা ১০ সমান ভাগে বিভক্ত হইয়াছে বলিয়া, ক্ষুদ্র অংশ গুলি প্রত্যেকে কখ রেখার ১০ ভাগের এক ভাগ। আর ৮ম সম্পাদ্যের শেষ অংশের তাৎপর্য্যানুসারে ক ১ প্রথম ক্ষুদ্রাংশের ১ বিন্দুতে অ বিন্দু হইতে যে কর্ণরেখা টানা হইয়াছে, ঐ ঋজুরেখা কখ রেখার সকলের উপরের নীচে যে দ্বিতীয় সমান্তর রেখা আছে, উহাকে যে বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে, সেই বিন্দু ও কঅ ঋজুরেখা ৯ চিহ্নিত বিন্দুর অন্তর্গত উল্লিখিত দ্বিতীয় সমান্তর রেখাটীর যে অংশ টুকু, উহা কখ রেখার দশমাংশ ক ১ রেখার ১০ ভাগের এক ভাগ, তাহার নীচেরটী অর্থাৎ তৃতীয় সমান্তরিকের তাদৃশ অংশটী উহার ১০ ভাগের দুই ভাগ ইত্যাদি ক্রমে ক ১ রেখার অব্যবহিত উপরেরটী উহার ১০ ভাগের ৯ ভাগ, কিন্তু ক ১, প্রভৃতি ১০টী ক্ষুদ্র অংশই প্রত্যেকে কখ রেখার ১০ ভাগের এক ভাগ, সুতরাং উল্লিখিত সমান্তর সমুদয়ের

অংশগুলি যথাক্রমে কখ রেখার ১০০ ভাগের ১ ভাগ, ১০০ ভাগের ২ ভাগ প্রভৃতি। যদি কখ রেখা ১ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে উক্ত সমান্তর সমূহের অংশগুলি যথাক্রমে ১ ইঞ্চির ১০০ ভাগের ১ ভাগ, ২ ভাগ প্রভৃতি বুঝাইবে। এক্ষণে বুঝা যাইতেছে যে, পড়িয়ান রেখা গুলির মাতার অঙ্কে ইঞ্চি প্রভৃতি বুঝায়, টেরচা বা কর্ণরেখার মাতার অঙ্কে ইঞ্চি প্রভৃতির দশমাংশ বুঝায়, আর সমান্তর রেখাগুলির পার্শের অঙ্কে ইঞ্চি প্রভৃতির শতাংশের ১,২,৩ প্রভৃতি অংশ বুঝায়। টেরচা স্কেলের দ্বারা মাপ লইতে হইলে, কেবল সমান্তর রেখাগুলির উপরেই কম্পাস বসাইতে হয়। প্রশ্নে ইঞ্চির যে কয় শতাংশ লইতে বলা হইয়াছে, সেই অঙ্কটী যে সমান্তর রেখার পার্শ্বে লেখা আছে, তাহারই উপরে কম্পাস বসাইয়া মাপ লইতে হইবে। প্রশ্নে ইঞ্চির যে কয় দশমাংশ লইবার কথা, সেই অঙ্কটী যে টেরচা রেখার উপর লিখিত, সেই টেরচা রেখা সমান্তর রেখাকে যে বিন্দুতে কাটিয়াছে, সেইখানে কম্পাসের এক পদ বসাইবে। এবং প্রশ্নে যে কয় ইঞ্চি লইবার কথা, সেই অঙ্ক যে পড়িয়ান রেখার উপর অঙ্কিত আছে, সেই পড়িয়ান রেখা সমান্তর রেখাকে যেখানে কাটিয়াছে, সেই খানে কম্পাসের অন্য পদ বসাইবে। কি প্রকারে কোন নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য গ্রহণ করিতে হয়, তাহা পূর্ব্বেই প্রদর্শিত হইয়াছে।

কগ রেখাকে ১০ ভাগ করিয়া যেমন দশমিক ডায়োগনাল স্কেল করা হইয়াছে, সেইরূপ উহাকে ১২ ভাগে বিভক্ত করিয়া দ্বাদশী স্কেল করা যাইতে পারে। দশমিক স্কেল দ্বারা যেমন ফুট, ইঞ্চি প্রভৃতির ১০,১০০ প্রভৃতি দশের গুণ্য দূরত্ব পাওয়া যায়, দ্বাদশীদ্বারা সেইরূপ ১২ র গুণ্য দূরত্ব পাওয়া যায়। দশমিক স্কেল লইয়া যে প্রক্রিয়া অনুসারে ২·৫৭ পরিমিত দৈর্ঘ্য পাওয়া

গিয়াছে, দ্বাদশী স্কেল লইয়া সেই প্রক্রিয়া করিলে [$২+\frac{৫}{১২}+\frac{৭}{১৪৪}$) পরিমিত দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে। যদি কগ ঋজুরেখা ১ ফুট হয়, তাহা হইলে উক্ত প্রক্রিয়ানুসারে ২ ফুট $৫\frac{৭}{১২}$ ইঞ্চি পাওয়া যাইবে। আবার দশমিক স্কেল লইয়া যেমন একটী নির্দ্দিষ্ট রেখার ১·৯৫ পরিমিত দৈর্ঘ্য পাওয়া গিয়াছে, সেই প্রক্রিয়ানুসারে দ্বাদশী স্কেল লইলে, ১ ফুট, $৯\frac{৫}{১২}$ ইঞ্চি পরিমিত দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে।

১ম—উদাহরণমালা।

১। দুইটী উচ্চ স্থান আছে, একের উচ্চতা ১৯৬০ ফুট, এবং অপরের উচ্চতা ৩৫১০ ফুট, স্কেল অনুসারে উভয়ের উচ্চতা প্রকাশক দুইটী ঋজুরেখা টান। এবং জ্যামিতির নিয়মানুসারে প্রত্যেককে দুই সমান ভাগে বিভক্ত কর।

২। একটী ঠিক সোজা রাস্তার ধারে ক, খ, গ, ঘ এই চারিটী বাটী সারি সারি পরস্পর লাগাও আছে, ক হইতে খ পর্য্যন্ত ২০৪ গজ, খ হইতে ঘ পর্য্যন্ত ৩৬৫ গজ, এবং গ বাটী ক ও ঘ বাটীর ঠিক মধ্যস্থলে অবস্থিত। এই কয়েকটী বাটীর দূরত্বপ্রকাশক একটী ঋজুরেখা টান। এবং জ্যামিতির ভাষায় খ কোন্ স্থানে অবস্থিত তাহা নির্দ্দেশ কর।

৩। কখ নাম দিয়া একটী ঋজুরেখা এরূপ করিয়া টান, যে উহা যেন ৪৩৩ গজের প্রতিরূপ হইতে পারে। ক বিন্দু হইতে ৫০৭ ফুট অন্তরে গ নাম দিয়া একটী বিন্দু গ্রহণ কর। এবং গ বিন্দু হইতে ১২৫ গজ লম্বা একটী লম্ব উত্তোলন কর।

৪। এরূপ একটী সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যাহার কোণাশ্রিত ভুজদ্বয় যথাক্রমে ২৪৭. ও ২৭০ হইবে।

৫। একটী সমকোণী ত্রিভুজের পরস্পর লম্ব ভুজদ্বয় যথাক্রমে ৯৬০ ও ১২৮০ লিঙ্ক পরিমাণ; ত্রিভুজটী অঙ্কিত কর, একং শৃঙ্গকোণ হইতে উহার অভিমুখীন ভুজের উপর একটী লম্বপাত কর।

৬। কখগ নাম দিয়া ১৩৫ অংশ পরিমাণ একটী স্থূলকোণ কর, কখ ভুজ=২৫২, এবং খগ=২০০ আছে।

৭। ১২০০ লিঙ্ক দীর্ঘ, ও ৫৬৫ লিঙ্ক বিস্তৃত একটী আয়তাকার ক্ষেত্র অঙ্কিত কর।

৮। ২৬ ফুট, ৬ ইঞ্চি লম্বা, এবং ১৬ ফুট, ৮ ইঞ্চি চওড়া একটী আয়তাকার গৃহের প্রতিরূপ অঙ্কিত কর।

৯। একটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার উপর একটী বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত কর, উহার কর্ণরেখাদ্বয় টান, এবং উহাদের ছেদবিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ও বর্গক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দু পর্য্যন্ত দূরত্ব লইয়া এমন একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর, যে উহার পরিধি বর্গক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুচতুষ্টয়ের মধ্য দিয়া যাইবে।

১০। এরূপ একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যে উহার ভুজত্রয় যথাক্রমে ১৭,২২, ও ৪৫ হইবে।

১১। এরূপ একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যে উহার ভূমি ২১৫৬, ও ভুজদ্বয় প্রত্যেকে ৪২৭৯ হইবে।

১২। একটী সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যাহার পরস্পর লম্ব ভুজদ্বয় প্রত্যেকে ২০৯০ ফুট দীর্ঘ।

১৩। কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার উপর একটী সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, এবং ইহার কৌণিক বিন্দুত্রয় হইতে অভিমুখীন ভুজত্রয়ের সহিত সমান্তর ঋজুরেখা এরূপে টান, যে সমবাহু ত্রিভুজটী আর একটী ত্রিভুজের অন্তর্গত হইবে।

১৪। কোন নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখাকে ৬, ৭, ৮, ৯ ও ১০ সমান ভাগে বিভক্ত কর।

১৫। দেড় ইঞ্চি লম্বা একটী ঋজুরেখাকে ৭ সমান ভাগে বিভক্ত কর।

১৬। কোন প্রতিকৃতিতে ৩½ ইঞ্চির পরিবর্ত্তে ২ ইঞ্চি লম্বা একটী ঋজুরেখা ব্যবহৃত হইয়াছে। ঋজুরেখাটীকে এরূপে ভাগ কর যে উহাদ্বারা ইঞ্চি ও ইঞ্চির যে কোন ভগ্নাংশই প্রকাশিত হইতে পারে।

১৭। ২½ ইঞ্চি লম্বা, ও ১½ ইঞ্চি চওড়া একটী সমকোণী সমান্তরিক অঙ্কিত কর।

১৮। কখ ও গঘ দুইটী ঋজুরেখা আছে, গঘ রেখা চ বিন্দুতে দুই ভাগে বিভক্ত আছে, কখ হইতে এমন একটী অংশ কাটিয়া লও, যে চঘ অংশের সহিত সমগ্র গঘ রেখার যে সম্বন্ধ, সমগ্র কখ রেখার সহিত উহার সেই অংশের সেই অনুপাত হইবে।

১৯। একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যাহার ভুজত্রয় যথাক্রমে ১½ ইঞ্চি, ১ ইঞ্চি, ও ১¼ ইঞ্চি লম্বা হইবে।

(দীর্ঘতম পরিমাণের রেখাটী টানিয়া, উহার উভয় প্রান্ত হইতে একে একে অপর দুইটী ভুজের পরিমাণকে দূরত্ব লইয়া দুইটী ধনু অঙ্কিত করিলে ধনুর্দ্বয় যে বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করিবে, সেই ছেদবিন্দু হইতে, তৃতীয় ভুজের উভয় প্রান্তে দুই রেখা টানিলে অভীষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কিত হইবে।)

২০। কোন সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা নির্দ্দিষ্ট আছে, ত্রিভুজটী অঙ্কিত কর।

২১। পাঠার্থীর নিকট কয়টী যন্ত্র থাকা অত্যাবশ্যক? সেই

গুলির নাম ও লক্ষণ নির্দ্দেশ কর। স্কেল কাহাকে কহে? স্কেলের প্রয়োজন কি? স্কেল কি প্রকারে ব্যবহার করিতে হয়? স্কেল কয় প্রকার? ইঞ্চিমাপের সোজা ও টেরচা স্কেল কর।

২২। প্রোট্রাক্টর কাহাকে কহে? ইহাদ্বারা কি উপকার হয়? প্রোট্রাক্টর কিরূপে প্রস্তুত করিতে হয়? উহাদ্বারা ৪৫ অংশ, ৩০ অংশ ৫ কলা, ও ১২০ অংশ কোণগুলি প্রণয়ন কর।

২৩। একটী বৃত্তকে ইচ্ছামত কয়েকটী এক-ক্ষেত্রফল সমান অংশে বিভক্ত কর।

২৪। একটী নির্দ্দিষ্ট বৃত্তকে কয়েকটী নির্দ্দিষ্টসংখ্যক সমান-ক্ষেত্রফল এককেন্দ্র বৃত্তে বিভক্ত কর।

দ্বিতীয় অধ্যায়।

প্রথম পরিচ্ছেদ।

সমকোণী ও অন্যান্য ত্রিভুজের ভুজত্রয় ও উচ্ছ্রায়ের পরস্পর সম্বন্ধ।

ক্ষেত্র ব্যবহার বা পরিমিতি তিন ভাগে বিভক্ত; যথা রৈখিক পরিমাণ, বর্গপরিমাণ বা ক্ষেত্রফল ও ঘনপরিমাণ। কোন জ্যামিতিক ক্ষেত্র বা অন্য কোন পদার্থের পরিমাণ স্থির করিতে হইলে প্রথমে উহার তিন, চারি, পাঁচ বা ততোধিক কিনারার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের মাপ লইতে হয়, অথবা ঘন পদার্থ হইলে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ও খাড়াই তিনটী স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র মাপ লইতে হয়। এই সকল স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র মাপ লইয়া উহাদের উপর কতকগুলি

প্রক্রিয়া সাধন করিলে ক্ষেত্রফল বা ঘনফল পাওয়া গিয়া থাকে। দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, উচ্ছ্রায় প্রভৃতি স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র মাপ চেন লগী প্রভৃতি দ্বারা মাপিয়াই নির্ণয় করিতে হয়। কিন্তু কোন নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রাদির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ প্রভৃতি সমুদয় মাপগুলি স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র লইবার প্রয়োজন নাই, কারণ উহাদের মধ্যে দুই একটী জানিতে পারিলেই উহাদের পরস্পর সম্বন্ধ অনুসারে অন্যগুলি স্বতই বাহির হইয়া থাকে। জ্যামিতিক ক্ষেত্রাদির ভুজসমূহের ও ব্যাস এবং পরিধি প্রভৃতির পরস্পর সম্বন্ধ জ্যামিতিদ্বারা নির্ণীত হইয়া থাকে। সেই সকল সম্বন্ধের উপর নির্ভর করিয়া উহাদের মধ্যে দুই বা ততোধিক পরিমাণ জানা থাকিলে অবশিষ্টগুলি কি প্রকারে জানিতে পারা যায়, তাহা নির্দ্ধারণ করাই এই অধ্যায়ের উদ্দেশ্য। পর পর অধ্যায়ে ক্ষেত্রফল ও ঘনফল প্রভৃতি নিষ্কাশন করিবার বিষয় লিখিত হইবে।

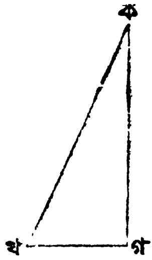
যে কোন সমকোণী ত্রিভুজের তিনটী ভুজের মধ্যে যেটী সমকোণের অভিমুখীন সেইটীকে উক্ত ত্রিভুজের কর্ণ কহে। কর্ণরেখা ভুজত্রয়ের মধ্যে বৃহত্তম। আর অবশিষ্ট দুইটী ভুজের মধ্যে একটীকে ভূমি বা ভুজ, ও অপরটীকে কোটি কহে। সমকোণী ত্রিভুজের কোণাশ্রিত ভুজদ্বয় পরস্পর লম্ব বলিয়া যেটীকে ইচ্ছা ভূমি বা কোটি বলিয়া নির্দ্দেশ করা যাইতে পারে। কোণাশ্রিত ভুজদ্বয়ের মধ্যে একটীকে কোটি বলিলে অবশিষ্টটীকে ভূমি বলিতে হয়। ফলতঃ সমকোণী ত্রিভুজের যে ভুজটী, যে ভুজটীকে ভূমি ধরা হইয়াছে তাহার লম্বস্বরূপ তাহারই নাম কোটি।

সমকোণী ত্রিভুজের তিনটী ভুজের মধ্যে দুইটীর পরিমাণ জানা থাকিলে অপরটীর পরিমাণ অনায়াসেই জানিতে পারা

যায়। যে কয়েকটী নিয়ম অনুসারে সমকোণী ত্রিভুজের ভুজ-ত্রয়ের মধ্যে কোন দুইটী জানা থাকিলে, অবশিষ্টটী জানিতে পারা যায়, ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ৪৭শ প্রতিজ্ঞাটীই তৎসমুদয়ের মূলস্বরূপ। পাঠার্থীদিগকে স্মরণ করাইবার নিমিত্ত এই পুস্তকের উপক্রমণিকাভাগের দ্বিতীয় পরিচ্ছেদের ষোড়শ প্রতিজ্ঞাস্বরূপে উল্লিখিত প্রতিজ্ঞাটীর সাধারণ সূত্রের পুনরুল্লেখ করা গিয়াছে।

ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ৪৭ প্রতিজ্ঞার তাৎপর্য্য এই :— সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের অভিমুখীন ভুজের অর্থাৎ কর্ণরেখার উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র, অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সহিত সমান। কোন রাশিকে উহা দ্বারা একবার গুণ করিলে যে গুণফল হয়, তাহাকে উক্ত রাশির বর্গ কহে। যথা ৩×৩=৯ ; এই স্থলে ৯ এই রাশি ৩ এই রাশির বর্গ। সুতরাং ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ প্রভৃতির যে কোন ভুজের অথবা অন্য কোন রেখার বর্গ বলিতে সেই ভুজকে সেই ভুজদ্বারা বা সেই রেখাদ্বারা একবার গুণ করিলে যে গুণফল হয়, তাহাই বুঝিতে হইবে। উপস্থিত ক্ষেত্রে কর্ণরেখার বর্গক্ষেত্র, কোণাশ্রিত ভুজদ্বয়ের বর্গ-ক্ষেত্রসমষ্টির সহিত সমান বলিতে ইহাই বুঝিতে হইবে যে, কর্ণরেখাকে উহার নিজের দ্বারা গুণ করিলে যে গুণফল হইবে, তাহা অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের প্রত্যেকটীকে উহার নিজের দ্বারা গুণ করিলে, যে গুণফল হয়, সেই উভয়ের সমষ্টির সহিত সমান, অর্থাৎ কর্ণ যে রাশির প্রতিরূপ সেই রাশির বর্গ, অবশিষ্ট ভুজদ্বয় যে যে রাশির প্রতিরূপ তদুভয়ের বর্গ-সমষ্টির সহিত সমান। এই প্রতিজ্ঞাটী সংক্ষেপে প্রকাশ করিতে হইলে এইরূপ করিতে হয়। মনে কর কখগ একটী

সমকোণী ত্রিভুজ। কখ ইহার কর্ণ, খগ ভূমি, এবং কগ ইহার কোটি। প্রতিজ্ঞা অনুসারে, $কখ^২ = খগ^২ + কগ^২$ অর্থাৎ $(কর্ণ)^২ = (ভূমি)^২ + (কোটি)^২$।



সমকোণী ত্রিভুজের ভুজত্রয়ের মধ্যে কোন দুইটী নির্দ্দিষ্ট থাকিলে অবশিষ্টটী কি প্রকারে নির্ণয় করিতে পারা যায়, এক্ষণে উল্লিখিত প্রতিজ্ঞাটীর সাহায্যে সেই কয়টী নিয়ম লিপিবদ্ধ করা যাইতেছে। প্রতিজ্ঞাটী হইতে নিম্নলিখিত কয়েকটী সূত্র (অনুমান) উৎপন্ন হইতেছে। প্রতিজ্ঞাটী যথা :—

$$(কর্ণ)^২ = (ভূমি)^২ + (কোটি)^২ \ldots\ldots\ldots (১)$$

অতএব অনুমান যথা :— $(ভূমি)^২ = (কর্ণ)^২ - (কোটি)^২ \ldots\ldots (২)$

$$(কোটি)^২ = (কর্ণ)^২ - (ভূমি)^২ \ldots\ldots (৩)$$

$$\text{অতএব } কর্ণ = \sqrt{ভূমি^২ + কোটি^২} \ldots\ldots\ldots (১)$$

$$ভূমি = \sqrt{কর্ণ^২ - কোটি^২} \ldots\ldots\ldots (২)$$

$$কোটি = \sqrt{কর্ণ^২ - ভূমি^২} \ldots\ldots\ldots (৩)$$

এক্ষণে সমকোণী ত্রিভুজের ভুজত্রয়ের মধ্যে কোন দুইটীর পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে যে যে নিয়ম অনুসারে অবশিষ্টটির পরিমাণ নির্ণয় করিতে পারা যায়, তাহা নিম্নে লিখিত হইতেছে।

১ সম্পাদ্য। সূত্র—১ম। যদি কোন সমকোণী ত্রিভুজের ভুজদ্বয়, অর্থাৎ ভূমি ও কোটি এই উভয়ের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকে, এবং কর্ণের পরিমাণ নির্ণয় করা আবশ্যক হয়, তাহা হইলে, নির্দ্দিষ্ট ভুজদ্বয়ের প্রত্যেকের বর্গ পরস্পর যোগ করিয়া,

বর্গ সমষ্টির বর্গমূল নিষ্কাশন কর। সেই বর্গমূলই নির্ণেয় কর্ণ-রেখার পরিমাণ হইবে।

যদি নির্দ্দিষ্ট পরিমাণদ্বয়ের মধ্যে একটী একজাতীয় রাশি, ও অন্যটী ভিন্নজাতীয় রাশি হয়, তাহা হইলে প্রথমে উহাদিগকে একজাতীয় রাশিতে পরিণত করিয়া লইতে হয়, পরে উহাদের উপর সূত্র নির্দ্দিষ্ট প্রক্রিয়া করা যাইতে পারে। যদি একটী ভুজের পরিমাণ ফুট থাকে, এবং অপরটীর পরিমাণ ইঞ্চি থাকে তবে উভয়কেই হয় ফুটে, নয় ইঞ্চিতে পরিণত করিতে হয়। নতুবা ভিন্ন ভিন্ন জাতীয় রাশি লইয়া প্রক্রিয়া সাধন করিলে কখনই অভ্রান্ত সিদ্ধান্ত হইতে পারে না। সমকোণী ত্রিভুজের বিষয়ে যাহা বলা গেল, চতুর্ভুজ, বৃত্তক্ষেত্র প্রভৃতি যাবতীয় জ্যামিতিক পদার্থের বিষয়েও উহার উপযোগিতা বুঝিতে হইবে। অর্থাৎ যে কোন স্থলেই হউক কোন দুই বা ততোধিক রাশি লইয়া কোন সূত্রানুসারে কোন ফল স্থির করিতে হইলে সর্ব্বাগ্রে উহাদিগকে একজাতীয় রাশিতে পরিণত করিতে হয়।

যদি কোন স্থলে ইষ্ট বর্গমূল নিঃশেষরূপে নিষ্কাশিত না হইয়া শেষ থাকে, তাহা হইলে আবশ্যকমত কয়েকটী দশমিক স্থান পর্য্যন্ত প্রক্রিয়া করিতে হয়।

উদাহরণ।

১। একটী সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি পরিমাণ ৩ ফুট, ও কোটিপরিমাণ ৪ ফুট; উহার কর্ণ পরিমাণ কত হইবে?

সূত্রানুসারে, কর্ণ $= \sqrt{(৩)^২ + (৪)^২}$:

$(৩)^২ = ৯$; $(৪)^২ = ১৬$; অতএব ভুজদ্বয়ের বর্গসমষ্টি $= (৯ + ১৬) = ২৫$; $\sqrt{২৫} = ৫$; অতএব কর্ণ পরিমাণ ৫ ফুট হইল।

২। একটী ভুজ ৮ ফুট, অন্য একটী ৬ ফুট, কর্ণরেখার পরিমাণ কত?

মনে কর ত্রিভুজের কখ ভূমি = ৬ ফুট; এবং খগ কোটি = ৮ ফুট। সূত্রানুসারে $(৬)^২ = ৩৬$; $(৮)^২ = ৬৪$; বর্গদ্বয়ের সমষ্টি $= (৩৬ + ৬৪) = ১০০$ $\sqrt{(১০০)} = ১০$; অতএব নিরূপণীয় কর্ণরেখার পরিমাণ = ১০ ফুট।

৩। একটী ভুজ ৮ ফুট, অপর একটী ১৫ ফুট; সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণরেখার পরিমাণ কত?

সূত্রানুসারে $(৮)^২ = ৬৪$; $(১৫)^২ = ২২৫$; $(৬৪ + ২২৫) = ২৮৯$; $\sqrt{২৮৯} = ১৭$, অতএব কর্ণের পরিমাণ ১৭ ফুট।

৪। কোন সমকোণী ত্রিভুজের একটী ভুজ ২ ফুট, অপর একটী ভুজ ১০ ইঞ্চি, কর্ণের পরিমাণ কত?

এ স্থলে প্রথম ভুজটী ফুট, ও দ্বিতীয়টী ইঞ্চি আছে, অতএব উভয়কে একজাতীয় রাশি করিবার জন্য ফুটকে ইঞ্চি করা গেল। ২ ফুট = ২৪ ইঞ্চি।

এক্ষণে সূত্রানুসারে $(২৪)^২ = ৫৭৬$; $(১০)^২ = ১০০$; অতএব $(৫৭৬ + ১০০) = ৬৭৬$; $\sqrt{৬৭৬} = ২৬$; সুতরাং কর্ণরেখার পরিমাণ ২৬ ইঞ্চি।

৫। একটী ভুজ ৩ ফুট, ৪ ইঞ্চি, এবং অপরটী ২ ফুট, ৮ ইঞ্চি; কর্ণপরিমাণ কত?

৩ ফুট, ৪ ইঞ্চি = ৪০ ইঞ্চি; ২ ফুট, ৮ ইঞ্চি = ৩২ ইঞ্চি।

৪০	৩২	১৬০০
৪০	৩২	১০২৪
১৬০০	১০২৪	২৬২৪

২৬২৪,০০০০ (৫১·২২
২৫
১০১) ১২৪
১০১
১০২২) ২৩,০০
২০৪৪
১০২৪২) ২৫৬০০
২০৪৮৪
৫১১৬

যদি এই প্রকার প্রক্রিয়া দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত রাখিয়া দেওয়া যায়, তাহা হইলে কর্ণরেখাটী প্রায় ৫১·২২ ইঞ্চি হইবে।

৬। কোন সমকোণী ত্রিভুজের পরস্পর লম্ব ভুজদ্বয় যথাক্রমে ২৭, ও ৩৬ ফুট, কর্ণরেখার পরিমাণ কত ?

$২৭^২ + ৩৬^২ = ৭২৯ + ১২৯৬ = ২০২৫ =$ কর্ণবর্গ। অতএব কর্ণ $= \sqrt{২০২৫} = ৪৫$

৭। একটী ভুজ ২·৪ ফুট, এবং অপর ভুজ ১·২ গজ, কর্ণ-পরিমাণ কত ?

১·২ গজ = ৩·৬ ফুট

২·৪	৩·৬	১২·৯৬	১৮·৭২০০ (৪·৩২
২৪·	৩·৬	৫·৭৬	১৬
৯৬	২১৬	১৮·৭২	৮৩) ২৭২
৪৮	১০৮		২৪৯
৫·৭৬	১২·৯৬		৮৬২) ২৩০০
			১৭২৪
			৫৭৬

অতএব দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ধরিলে কর্ণরেখা ৪·৩২ফুট।

ভুজদ্বয়ের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে উল্লিখিত নিয়ম ব্যতীত আর একপ্রকারেও কর্ণপরিমাণ নির্ণয় করিতে পারা যায়। সূত্র :—নির্দ্দিষ্ট রাশিদ্বয়কে পরস্পর গুণ কর, পরে গুণফলকে দ্বিগুণ অর্থাৎ দ্বিঘ্ন কর; দ্বিঘ্ন গুণফলে রাশিদ্বয়ের অন্তরবর্গ যোগ কর, করিয়া সমষ্টির বর্গমূল নিষ্কাশন কর, করিলে এই বর্গমূল অনির্দ্দিষ্ট রাশির পরিমাণ হইবে। [ভাস্করাচার্য্য প্রণীত লীলাবতী]

উদাহরণ ১। মনে কর কোটি ৪, ভুজ ৩, কর্ণপরিমাণ কত?

সূত্রানুসারে, $৪\times৩=১২$; $১২\times২=২৪$;

$৪-৩=১$; $১^{১}=১$; $২৪+১=২৫$, $\sqrt{২৫}=৫$

অতএব কর্ণপরিমাণ $=৫$।

২ সম্পাদ্য। সূত্র। দ্বিতীয়তঃ। যদি কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ, এবং ভূমি ও কোটি এই উভয়ের মধ্যে একটী নির্দ্দিষ্ট থাকে, এবং তৃতীয় ভুজটীর পরিমাণ নির্ণয় করিবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে, কর্ণরেখার বর্গ হইতে নির্দ্দিষ্ট ভুজটীর বর্গ অন্তর কর, এবং ঐ অন্তরের বর্গমূল নিষ্কাশন কর, করিলে যাহা হইবে, তাহাই অবিজ্ঞাত ভুজের পরিমাণ হইবে, কারণ পূর্ব্বে কথিত হইয়াছে যে, ভূমি $=\sqrt{\text{কর্ণ}^২-\text{কোটি}^২}$; এবং কোটি $=\sqrt{\text{কর্ণ}^২-\text{ভূমি}^২}$; অতএব কর্ণ ও ভূমি নির্দ্দিষ্ট থাকিলে কর্ণের বর্গ হইতে ভূমির বর্গ বিয়োগ করিয়া, অন্তরের বর্গমূল বাহির করিলে কোটি পাওয়া যাইবে। এবং কর্ণ ও কোটি নির্দ্দিষ্ট থাকিলে কর্ণের বর্গ হইতে কোটির বর্গ অন্তর করিয়া অন্তরের বর্গমূল বাহির করিলে ভূমি পাওয়া যাইবে।

অথবা, কর্ণ ও অন্য নির্দ্দিষ্ট ভুজ, এই উভয় পরস্পর যোগ কর, এবং উহাদের মধ্যে বৃহত্তর অর্থাৎ কর্ণ হইতে ক্ষুদ্রতরটী বিয়োগ কর, এবং উভয়ের সমষ্টি, ও অন্তরকে পরস্পর গুণ করিয়া, গুণফলের বর্গমূল বাহির কর, করিলে যাহা হইবে তাহাই অজ্ঞাত ভুজটীর পরিমাণ।

কিঞ্চিৎ অনুধাবন করিলে স্পষ্টই প্রতীয়মান হইবে যে, উল্লিখিত প্রক্রিয়া ও এই প্রক্রিয়াটী এক ও অভিন্ন, কারণ উল্লিখিত প্রক্রিয়াতে কর্ণের বর্গ, ও নির্দ্দিষ্ট ভুজটীর বর্গ, এই উভয়ের অন্তরের বর্গমূল নিষ্কাশন করিবার কথা, কিন্তু এই নিয়ম অনুসারেও প্রথমতঃ কর্ণ ও নির্দ্দিষ্ট ভুজ এই উভয়ের বর্গের অন্তর বাহির করা হইতেছে, এবং পরে পূর্ব্ব নিয়মের ন্যায় এখানেও অন্তরের বর্গমূল বাহির করিতে হইতেছে, কিন্তু উভয়ের মধ্যে প্রভেদ এই যে প্রথমে উভয় রাশির স্বতন্ত্রভাবে বর্গ বাহির করিয়া পরে একটী হইতে অন্যটীর অন্তর করিতে হয়, কিন্তু এস্থলে উভয় রাশির সমষ্টি ও অন্তরকে পরস্পর গুণ করিলে অতি সহজেই উহাদের উভয়ের বর্গের অন্তর বাহির হইয়া থাকে। এই অনুকল্প নিয়মটী সুচারুরূপে বুঝিতে হইলে নিম্নলিখিত সূত্রটী বুঝিয়া রাখা উচিত, যথা:—যদি কর্ণরেখা "ক" এই অক্ষর দ্বারা প্রকাশিত হয়, এবং নির্দ্দিষ্ট অপর ভুজটী খ এই অক্ষর দ্বারা প্রকাশিত হয় তাহা হইলে

$$[ক+খ]\,[ক-খ] = ক^2 - খ^2।$$

$$\begin{array}{r} ক+খ \\ ক-খ \\ \hline ক^2+কখ \\ -কখ-খ^2 \\ \hline ক^2-খ^2 \end{array}$$

উভয়ত্রই এই রাশিটীর বর্গমূল বাহির করিতে হইতেছে। অতএব উভয়ত্রই এক প্রক্রিয়া।

উদাহরণ।

১। কর্ণ ৫ ফুট, এবং একটী ভুজ, মনে কর ভূমি ৩ ফুট কোটির পরিমাণ কত হইবে?

৫২ = ২৫ ; ৩২ = ৯ ; ৫২—৩২ = ২৫—৯ = ১৬, = কোটিবর্গ। অতএব √১৬ = ৪ ; অতএব কর্ণ ৫ ফুট, ও ভূমি ৩ ফুট পরিমিত হইলে কোটির পরিমাণ ৪ ফুট হইবে।

অনুকল্প নিয়মানুসারেঃ—কর্ণ+ভূমি = ৫+৩ = ৮ ফুট,

কর্ণ ভূমি = ৫—৩ = ২ ফুট ;

৮×২ = ১৬ ফুট ; √১৬ = ৪, অতএব কোটিপরিমাণ ৪ ফুট।

২। কর্ণপরিমাণ ৫ ফুট, কোটিপরিমাণ ৪ ফুট ; ভূমিপরিমাণ কত হইবে?

৫২ = ২৫ ; ৪২ = ১৬ ; ২৫—১৬ = ৯ ; √৯ = ৩ অতএব ভূমিপরিমাণ ৩ ফুট।

দ্বিতীয় প্রকারানুসারেঃ—৫+৪ = ৯ ; ৫—৪ = ১ ; ৯×১ = ৯ ; √৯ = ৩ অতএব ভূমিপরিমাণ ৩ ফুট।

৩। কর্ণপরিমাণ ১৭৭ ফুট ; ভূমি ও কোটি উভয়ের মধ্যে একটীর পরিমাণ ১৪১ ফুট ; অবশিষ্ট ভুজের পরিমাণ কত?

১৭৭২—১৪১২ = ৩১৩২৯—১৯৮৮১ = ১১৪৪৮ এইটী অবশিষ্ট ভুজের বর্গ। অতএব অবশিষ্ট ভুজ = √১১৪৪৮ = ১০৬.৯৯৫ অর্থাৎ প্রায় ১০৭। অতএব অবশিষ্ট ভুজের পরিমাণ প্রায় ১০৭ ফুট।

দ্বিতীয় প্রকারানুসারে, (১৭৭+১৪১) × (১৭৭—১৪১) = ৩১৮×৩৬ ; √৩১৮×৩৬ = ১৭.৮৩২৫×৬ = প্রায় ১০৭।

যেস্থলে সমকোণী ত্রিভুজের ভুজদ্বয়ের কোন সুবিধামত

গুণনীয়ক দেখিতে পাওয়া যায়, তথায় ভুজের পরিমাণ না লইয়া উক্ত গুণনীয়কঘটিত অনুপাত সকল গ্রহণপূর্ব্বক উপরি উক্ত প্রক্রিয়া করিলে অতি সহজেই প্রশ্নের উত্তর পাওয়া যাইতে পারে। মনে কর একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ২৭ ফুট; এবং কোটি ৩৬ ফুট; কর্ণপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে। এস্থলে ২৭, ও ৩৬ এই উভয়ের সাধারণ গুণনীয়ক ৯; ২৭÷৯ = ৩; ৩৬÷৯ = ৪, অতএব ভুজদ্বয়ের পরিবর্ত্তে ৩, ও ৪ গ্রহণ করিয়া ৩²+৪² = ৯+১৬ = ২৫; √২৫ = ৫; অতএব ৫ নির্ণেয় কর্ণ-পরিমাণের ৯ ভাগের ১ ভাগ; অতএব কর্ণপরিমাণ=৫×৯ = ৪৫।

৪। কর্ণপরিমাণ ১ ফুট ৯ ইঞ্চি, এবং অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের মধ্যে একটীর পরিমাণ ১৪ ইঞ্চি, তৃতীয় ভুজের পরিমাণ কত?

১ ফুট ৯ ইঞ্চি = ২১ ইঞ্চি;
২১+১৪ = ৩৫,
২১—১৪ = ৭
৩৫ × ৭ = ২৪৫।
অথবা (২১)² = ৪৪১,
(১৪)² = ১৯৬,
অতএব ৪৪১—১৯৬ = ২৪৫।

```
        ২৪৫.০০০০ (১৫.৬৪
        ১
        ——
  ২৫ ) ১৪৫
       ১২৫
       ———
 ৩০৬ ) ২০০০
       ১৮৩৬
       ————
৩১২৫ ) ১৬৪০০
       ১৫৬২৫
       —————
         ৭৭৫
```

অতএব দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত গণনা করিয়া অজ্ঞাত ভুজের পরিমাণ ১৫.৬৫ ইঞ্চি হইল।

৩ সম্পাদ্য সূত্র।—ভূমি অথবা কোটি, এবং অবশিষ্ট ভুজদ্বয়

অর্থাৎ কোটি ও কর্ণ, বা ভূমি ও কর্ণ, ইহাদের সমষ্টি অথবা অন্তর নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, নিম্নলিখিত নিয়মানুসারে উহাদিগকে পৃথক্ পৃথক্ নির্ণয় করিতে পারা যায়।

(১) ভূমি ও কোটি এই উভয়ের মধ্যে একতর ও অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের সমষ্টি নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, নির্দ্দিষ্ট ভূমি বা কোটির বর্গ করিয়া ঐ বর্গকে অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের সমষ্টি দ্বারা ভাগ কর, করিলে ভাগফল ভূমি বা কোটি ও কর্ণ, ইহাদের পরস্পর অন্তরস্বরূপ হইবে, আর উহাদের সমষ্টি নির্দ্দিষ্ট আছে, সুতরাং সমষ্টি ও অন্তর পরস্পর যোগ করিলে যোগফল বৃহত্তম ভুজের অর্থাৎ কর্ণের দ্বিগুণ হইবে। ইহাকে ২ দিয়া ভাগ করিলে কর্ণ পাওয়া যাইবে, পরে সমষ্টি হইতে কর্ণ বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট ভূমি বা কোটির পরিমাণ পাওয়া যাইবে।

(২) ভূমি ও কোটি এই উভয়ের মধ্যে অন্যতর এবং অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের অন্তর নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, ভূমি বা কোটির বর্গকে নির্দ্দিষ্ট অন্তরের দ্বারা ভাগ করিলে অনির্দ্দিষ্ট ভুজদ্বয়ের সমষ্টি পাওয়া যাইবে, পরে উল্লিখিত প্রক্রিয়া করিলেই উহাদের পৃথক পৃথক পরিমাণ পাওয়া যাইবে।

এইরূপ নিয়ম করিবার যুক্তি কি, তাহা কিঞ্চিৎ অনুধাবন করিলে অনায়াসেই প্রতীয়মান হইবে। ইউক্লিডের ৪৭ প্রতিজ্ঞায় কথিত হইয়াছে যে, সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণের বর্গ ভুজদ্বয়ের বর্গসমষ্টির সহিত সমান। মনে কর কগ কর্ণ, এবং কখ, ও খগ ভুজদ্বয়। এস্থলে কগ^২ = কখ^২ + খগ^২, ∴ কখ^২ = কগ^২ — খগ^২ ; এবং খগ^২ = কগ^২ — কখ^২। কিন্তু কগ^২ — খগ^২ = (কগ + খগ) × (কগ — খগ) ; এবং কগ^২ — কখ^২ = (কগ + কখ) × (কগ — কখ); অতএব কখ^২ =

(কগ+খগ) (কগ—খগ); এবং খগ^{২}=(কগ+কখ) (কগ—কখ)। সুতরাং :—

$$কগ+খগ=\frac{কখ^{২}}{কগ—খগ};$$

$$কগ—খগ=\frac{কখ^{২}}{কগ+খগ};$$

এবং :—

$$কগ+কখ=\frac{খগ^{২}}{কগ—কখ};$$

$$কগ—কখ=\frac{খগ^{২}}{কগ+কখ}$$

অতএব একটী ভুজ, এবং কর্ণ ও অপর একটী ভুজের সমষ্টি বা অন্তর নির্দ্দিষ্ট থাকিলে উপরিউক্ত প্রক্রিয়ানুসারে কর্ণ ও অপর ভুজটীর পরিমাণ পৃথক পৃথক নির্ণয় করা যাইতে পারে।

উদাহরণ।

১। **কখগ** সমকোণী ত্রিভুজের **খগ** ভূমি=৩; এবং **কখ** কোটি ও **কগ** কর্ণ এই উভয়ের সমষ্টি=৯; কর্ণ ও কোটি বাহির কর।

১ম, সূত্রানুসারে খগ^{২}=৩×৩=৯;

$$\frac{খগ^{২}}{কখ+কগ}=\frac{৯}{৯}=১=কগ—কখ।$$

অতএব কগ+কখ=৯
কগ—কখ=১

∴ ২ কগ=১০; ∴ কগ=৫, অর্থাৎ কর্ণের পরিমাণ ৫; সুতরাং কোটি=৯—৫=৪।

২। কোটি=৪, এবং কর্ণ+ভূমি=৮; কর্ণ ও ভূমির পরিমাণ কত?

সূত্রানুসারে, $৪^২ = ১৬$; $\frac{১৬}{৮} = ২$;

∴ কর্ণ—ভূমি = ২ ; অতএব ৮+২ = ১০ = ২ কর্ণ।

∴ কর্ণ = ৫ ; এবং ভূমি = ৮—৫ = ৩।

৩। ভূমি = ৩, এবং কর্ণ ও কোটির অন্তর = ১ ; কর্ণ ও কোটির পরিমাণ কত ?

২য়, সূত্রানুসারে, $৩^২ = ৯$, $\frac{৯}{১} = ৯$; ∴ কর্ণ+কোটি = ৯ ; কিন্তু কর্ণ—কোটি = ১ ; ∴ ৯+১ = ১০ = ২ কর্ণ। ∴ কর্ণ = ৫। সুতরাং কোটি = ৯—৫ = ৪।

৪। কোটি = ৪, এবং কর্ণ—ভূমি = ২ ; কর্ণ ও ভূমির পরিমাণ কত ?

$৪^২ = ১৬$; $\frac{১৬}{২} = ৮$; ∴ কর্ণ+কোটি = ৮ ; অতএব ৮+২ = ১০ = ২ কর্ণ ; ∴ কর্ণ = ৫, ∴ ভূমি = ৮—৫ = ৩।

---

৪ সম্পাদ্য। সূত্র। যদি কর্ণের পরিমাণ, ও অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের সমষ্টি বা অন্তর নির্দ্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে প্রথমতঃ কর্ণের বর্গ কর, এবং ভুজদ্বয়ের সমষ্টি বা অন্তরেরও বর্গ কর। পরে কর্ণবর্গকে দ্বিগুণিত করিয়া উহা হইতে ভুজদ্বয়ের সমষ্টি বা অন্তরের বর্গ বাদ দেও, বাদ দিয়া যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহার বর্গমূল নিষ্কাশন কর। পরে ঐ বর্গমূল ও নির্দ্দিষ্ট সমষ্টি বা অন্তর, এই উভয় রাশির পরস্পর যোগ ও বিয়োগ কর। যোগফলের অর্দ্ধেক লইলে বৃহত্তর ভুজটীর পরিমাণ পাইবে, এবং অন্তরের অর্দ্ধেক লইলে ক্ষুদ্রতর ভুজটীর পরিমাণ পাইবে।

উদাহরণ।

১। কর্ণপরিমাণ ৫ ফুট, এবং ভূমি ও কোটির সমষ্টি ৭ ফুট ; ভূমি ও কোটির পরিমাণ পৃথক কর।

সূত্রানুসারে, $৫^২ = ২৫$; ২৫×২ = ৫০ ; $৭^২ = ৪৯$; ৫০—৪৯ = ১ ; $\sqrt{১} = ১$; ৭+১ = ৮ ; ৮÷২ = ৪ ; ৭—১ = ৬ ; ৬÷২ = ৩ ; ∴ বৃহত্তর ভুজ = ৪ ; এবং ক্ষুদ্রতর ভুজ = ৩।

২। কর্ণ=১৭ ; এবং অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের অন্তর=৭ ; ভুজদ্বয়ের পরিমাণ পৃথক কর।

$১৭^{২}=২৮৯$; $২৮৯\times২=৫৭৮$; $৭^{২}=৪৯$; ৫৭৮—৪৯=৫২৯ ; $\sqrt{(৫২৯)}=২৩$; ৭+২৩=৩০ ; ৩০÷২=১৫ ; ২৩—৭=১৬ ; ১৬÷২=৮ ; ∴ বৃহত্তর ভুজ= ১৫, এবং ক্ষুদ্রতর ভুজ =৮। *

বিবিধ উদাহরণ। †

১। একটী বর্গক্ষেত্রের অন্যতম ভুজের দৈর্ঘ্য ২১৬ ফুট ; ক্ষেত্রটীর কর্ণরেখার পরিমাণ কত ?

বর্গক্ষেত্রের চারিটী ভুজ পরস্পর সমান, এবং প্রত্যেক কোণ সমকোণ। মনে কর **কখগঘ** একটী বর্গক্ষেত্র। (প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর) ইহার **কখ**=২১৬ ; **কগ** কর্ণের পরিমাণ কত হইবে ?

কখগ কোণ সমকোণ বলিয়া $কগ^{২}=কখ^{২}+খগ^{২}$। কিন্তু **কখ**=**খগ**, (পং—৩২) ; অতএব $কগ^{২}=২\ কখ^{২}$। কিন্তু **কখ**=২১৬ ; ∴ $কগ^{২}=২১৬^{২}\times২=৯৩৩১২$। ∴ **কগ** = $\sqrt{(৯৩৩১২)}$=৩০৫·৪৭ ফুট।

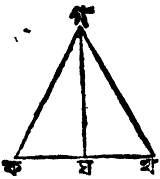
---

* এই সূত্রটী ভাস্করাচার্য্যের গ্রন্থ হইতে গৃহীত হইয়াছে। এই পরিচ্ছেদে ত্রিভুজের বিষয়ে যে সকল কথা বলা হইয়াছে, তৎসমুদয়ই ভাস্করের গ্রন্থে অতি সুন্দররূপে লিখিত আছে, সেই সূত্রগুলি ইংরাজী সূত্রগুলি অপেক্ষা অনেকাংশে অধিক সরল। বাহুল্য ভয়ে সমুদয়গুলি উদ্ধৃত করিতে পারিলাম না, কেবল এই সূত্রটী ইংরাজী পরিমিতি গ্রন্থে নাই বলিয়া এস্থলে এটী স্বতন্ত্র ভাবে উদ্ধৃত হইল। পূর্ব্বের সমুদয় সূত্রগুলির ন্যায় এটীও অত্যাবশ্যক।

† প্রত্যেক অঙ্ক কসিবার সময় ছাত্রগণ আবশ্যকমত প্রতিকৃতি অঙ্কিত করিয়া লইবে।

২। কোন সমবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক ভুজের পরিমাণ ১ ফুট; ত্রিভুজটীর উন্নতি (উচ্ছ্রায়) কত হইবে ?

মনে কর **গকখ** একটী সমবাহু ত্রিভুজ, এবং **গঘ** ইহার উন্নতি। **গঘ** লম্ব **কখ** ভুজকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিবে।



অতএব **কঘ** $=\frac{১}{২}$, কারণ **কখ** $=$ ১। ঘ কোণ একটী সমকোণ। অতএব গঘ^২ $=$ গক^২ — কঘ^২ $=$ ১^২ — $(\frac{১}{২})^২$ ১ — $\frac{১}{৪}$ $=$ $\frac{৩}{৪}$; $\therefore$ গঘ $=\sqrt{\frac{৩}{৪}}$; কিন্তু $\sqrt{\frac{৩}{৪}}=\frac{১}{২}\times\sqrt{৩}$; তিনটী দশমিক স্থান পর্য্যন্ত লইয়া $\sqrt{৩}$ $=$ ১.৭৩২, এবং $\frac{১.৭৩২}{২}$ $=$.৮৬৬। অতএব .৮৬৬ আসন্ন উত্তর।

৩। একটী সমকোণী ত্রিভুজের কোটি ১৭ ফুট, এবং ভূমি, কর্ণরেখার $\frac{৭}{১০}$ ভাগ ; কর্ণরেখার পরিমাণ কত ?

যেহেতু ভূমি $=\frac{৭}{১০}$ কর্ণরেখা ; অতএব কর্ণরেখাকে ১০ বলিয়া নির্দ্দেশ করিলে ভূমিকে ৭ বলিয়া নির্দ্দেশ করা যায়, কারণ কর্ণকে ১০ ভাগ করিয়া উহার ৭ ভাগ লইয়া ভূমি হইয়াছে, আবার ভূমি যদি ৭ অংশ পরিমিত হয়, তবে কোটি ৭.১৪১৪ এইরূপ অংশ পরিমিত হইবে। অর্থাৎ ৭.১৪১৪ $=\sqrt{(১০^২ — ৭^২)}$; এক্ষণে যদি ৭.১৪১৪ অংশ ১৭ ফুট পরিমিত হয়, তবে সমগ্র ১০ অংশ $=$ ২৩.৮ ফুট পরিমিত হইবে।

৪। একটী ত্রিভুজের ভূমি ৫৬ ফুট, উন্নতি ১৫ ফুট, এবং অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের মধ্যে একটী ২৫ ফুট ; অবশিষ্ট ভুজটীর পরিমাণ কত ?

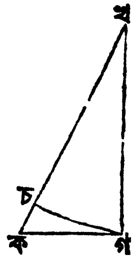
মনে কর **গকখ** ত্রিভুজের **কখ** ভূমি $=$ ৫৬, **গঘ** উন্নতি $=$ ১৫, আর **খগ** ভুজ $=$ ২৫। [প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর]

প্রথমত, ২৫ + ১৫ = ৪০ ; ২৫—১৫ = ১০ ; ৪০ × ১০ = ৪০০
$\surd$(৪০০) = ২০ ; ∴ কখ = ২০ ∴ কঘ = ৫৬—২০ = ৩৬ ;

∴ গক = $\surd$(কঘ^{২} + ঘগ^{২}) = $\surd$(৩৬^{২} + ১৫^{২}) = $\surd$(১২৯৬ + ২২৫) = $\surd$(১৫২১) = ৩৯।

৫। একটী প্রাচীরের গায় একখানি বাঁশের সিঁড়ি লাগান আছে ; সিঁড়ি খানি প্রাচীর অপেক্ষা দুই ফুট অধিক উচ্চ, কিন্তু সিঁড়িখানির গোড়া প্রাচীর হইতে ৮ ফুট তফাতে রাখিলে সিঁড়ির অগ্রভাগ ঠিক প্রাচীরের অগ্রভাগে ঠেকে, সিঁড়িও প্রাচীরের পরিমাণ কত ?

মনে কর **কখ** যেন সিঁড়িখানির প্রতিরূপ, **খগ** প্রাচীর, **কচ** যেন উভয়ের অন্তর। প্রশ্ন অনুসারে **কগ** = ৮ ; এবং **কখ** —**খগ**, অর্থাৎ **কচ** = ২ ;



যদি **কখ** ও **খগ** এই উভয়ের পরিমাণ জানা থাকিত, তাহা হইলে **কখ** ও **খগ** উভয়ের সমষ্টিকে উহাদের অন্তরদ্বারা গুণ করিলে, **কগ**^{২} পাওয়া যাইত। এবং ইহার বর্গমূল বাহির করিলেই **কগ** পাওয়া যাইত। অর্থাৎ (**কখ** + **খগ**) × (**কখ**—**খগ**) = কগ^{২} হইত। কিন্তু **কগ** = ৮ ফুট ; এবং **কখ**—**খগ** = ২,

∴ কগ^{২} = (কখ + খগ) (কখ—খগ) = কখ^{২}—খগ^{২}

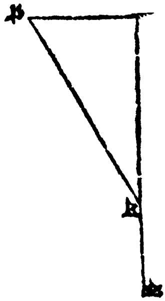
∴ কখ + খগ = $\dfrac{\text{কগ}^{২}}{\text{কখ—খগ}}$; অর্থাৎ কখ + খগ = ৮^{২} ÷ ২ ; = $\frac{৬৪}{২}$ = ৩২ ;

অতএব কখ + খগ = ৩২ ; এবং কখ—খগ = ২ ; ∴ (ক + খ

খগ)—(কখ—খগ)=৩২—২=৩০=২ কখ ; ∴ কখ=১৫, এবং খগ=৩২—১৫=১৭ উত্তর।

৬। ৩২ হাত উচ্চ একটা বাঁশ, ভূমির উপর দণ্ডায়মান আছে, বায়ুর বেগে হঠাৎ কোন স্থান ভগ্ন হওয়াতে, উহার ভগ্ন অংশ নত হইয়া পড়িয়া বাঁশের মূল হইতে ১৬ হস্ত দূরে আসিয়া ভূমিতে সংলগ্ন হইল, মূল হইতে কত হাত উর্দ্ধে বাঁশটী ভাঙ্গিয়াছে স্থির কর। (লীলাবতী হইতে অনুবাদিত)।

মনে কর কখ=৩২, খগ=১৬, ঘ বিন্দুতে যেন বাঁশটী ভগ্ন হইয়াছে। ঘগ ঋজুরেখা টান। প্রশ্নানুসারে কখ=ঘক+ঘগ=৩২ ; এবং খগ=১৬ ; কিন্তু খগ^২=ঘখ^২—ঘক^২=(ঘখ+ঘক) ×(ঘখ—ঘক) ; ∴ (ঘখ+ঘক) (ঘখ—ঘক)=ঘক^২, কিন্তু খগ^২ =১৬^২=২৫৬ ; ∴ ঘখ—ঘক=$\frac{২৫৬}{৩২}$ =৮, অতএব ঘখ+ঘক=৩২, এবং ঘখ—ঘক=৮ ; ∴ ২ ঘখ =৪০, ∴ ঘখ=২০ ; ∴ ঘক=৩২—২০=১২, অতএব মূল হইতে ১২ হাত উর্দ্ধে বাঁশটী ভগ্ন হইয়াছে।



একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৪ হাত, বৃত্তের অন্তর্গত বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ কত ?

বর্গক্ষেত্রের কর্ণরেখা দুইটী টানিলে বর্গক্ষেত্রটী চারিটী সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত হইবে, বর্গক্ষেত্রের চারিটী ভুজ যথাক্রমে উক্ত চারিটী ত্রিভুজের কর্ণ ও বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের কর্ণার্দ্ধ ভুজ ও কোটি হইবে, অতএব এই চারিটী আবার সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হইবে, অর্থাৎ ইহাদের প্রত্যেকের ভুজও কোটি

পরস্পর সমান হইবে। সুতরাং যদি বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ অর্থাৎ ত্রিভুজগুলির কোটি বা কর্ণ ৪ হাত হয়, তাহা হইলে কর্ণ পরিমাণ = $\sqrt{(৪^২+৪^২)}$ = প্রায় ৫.৬। অতএব কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৪ হাত হইলে তদন্তর্গত বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক ভুজ ৫.৬ হইবে।

২য় উদাহরণমালা।

১। একটী সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি = ১৫, কোটি = ২০; কর্ণপরিমাণ কত? উত্তর—২৫

২। ভূমি = ৩০, কোটি = ১৬, কর্ণপরিমাণ কত? উত্তর—৩৪

৩। ভূমি = ৪ ফুট, কোটি = ৪ ফুট, ৭ ইঞ্চি; কর্ণপরিমাণ কত? উত্তর—৬ ফুট ১ ইঞ্চি।

৪। কর্ণ = ৩৫, কোটি = ২৮; ভূমিপরিমাণ কত? উত্তর—২১।

৫। ভূমি = ২০, কর্ণ = ৫২; কোটিপরিমাণ কত? উঃ—৪৮।

৬। ভূমি = ২৩, কোটি = ২৬½; কর্ণপরিমাণ কত? উত্তর—৩৫.০৮৯।

৭। কর্ণ = ২৯.৩২, ভূমি = ২৩.৪৫৬, কোটিপরিমাণ কত? উত্তর—১৭.৫৯২।

৮। ভূমি = ৫.৭ ইঞ্চি, কোটী = ১ ফুট, ৫¾ ইঞ্চি; কর্ণপরিমাণ কত? উত্তর—১ ফুট ৬½ ইঞ্চি।

৯। কোটি ও ভূমি প্রত্যেকে = ১৫ গজ, কর্ণরেখার পরিমাণ কত? উত্তর—২১.২১৩২।

১০। কোন সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৫৬৩ লিঙ্ক, প্রস্থ = ৩৬৯ লিঙ্ক; কর্ণপরিমাণ কত? উত্তর—৬৭৩.১৪৯।

১১। একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ = ৭০ ফুট, উহার কর্ণ পরিমাণ কত? আসন্ন উত্তর—৯৯।

১২। একটী বৃত্তক্ষেত্রের কর্ণ = ১; উহার ভুজপরিমাণ কত? উত্তর—.৭০৭১৭০।

১৩। একটী ত্রিভুজের একটী ভুজ ২২৬২০ ফুট আর একটী ভুজ ১২৮১৫ ফুট, ত্রিভুজটীর উন্নতি ১১৪৮৪ ফুট ; ভূমির পরিমাণ কত? উত্তর—১৯৪৮৮+৫৬৮৭ ফুট।

১৪। একটী সমকোণী ত্রিভুজের অন্যতম ভুজ ৩৯২৫ ফুট, এবং কর্ণ ও অবশিষ্ট ভুজের অন্তর ৬২৫ ফুট, কর্ণ এবং অবশিষ্ট ভুজটীর পরিমাণ কত? উত্তর—১২,৬৩৭ ও ১২০১২ ফুট।

১৫। ২৫ ফুট লম্বা একখানি বাঁশের সিড়ি, একটী প্রাচীরের গায়ে ঠিক সোজা করিয়া ঠেসান আছে, সিঁড়িখানির অগ্রভাগ প্রাচীরের যে অংশে ঠেকিয়া আছে, তথা হইতে এক ফুট নীচে নামাইতে হইলে উহার গোড়াটী প্রাচীর হইতে কত টুকু সরাইয়া আনিতে হইবে? উত্তর—৭ ফুট।

১৬। একখানি সিঁড়ির আগার দিক্ একটী গাছে ঠেসান আছে, গাছের যে অংশে সিঁড়ির আগা ঠেকিয়া আছে, উহা ভূমি হইতে ৩৫ ফুট উচ্চ, এবং উহার গোড়া গাছের গোড়া হইতে ৪ গজ তফাতে আছে, সিঁড়িখানির দৈর্ঘ্য কত?

উত্তর—৩৭ ফুট।

১৭। একটী রাস্তার এক পার্শ্বে একটী বাড়ী আছে, ঐ বাড়ীতে ভূমি হইতে ২৪ ফুট উর্দ্ধে একটী জানালা আছে, ৪০ ফুট লম্বা, একখানি সিঁড়ির গোড়া ভূমিতে এই ভাবে অবস্থিত আছে, যে উহা ঠিক ঐ জানালায় ঠেকিয়াছে, যদি সিঁড়িখানির গোড়া যেরূপে অবস্থিত সেইরূপ রাখিয়া উহাকে আস্তে আস্তে ঘুরাইয়া লওয়া যায়, তাহা হইলে উহা রাস্তার অপর পার্শ্বস্থ একটী বাটীর ৩২ ফুট উর্দ্ধে অবস্থিত একটী জানালায় ঠেকে, রাস্তাটীর পরিসর (প্রস্থ) কত? উত্তর—৩২+২৪ ফুট।

১৮। উপরি উক্ত প্রশ্নে যদি সিড়িখানির দৈর্ঘ্য ৩১½ ফুট

হয়, রাস্তার যে পার্শ্বের জানালায় উহা ঠেকিয়াছে, তাহা ভূমি হইতে ৩০ ফুট উর্দ্ধে অবস্থিত হয়, এবং রাস্তার অপরপার্শ্বস্থ যে জানালায় উহা ঠেকিতেছে তাহা ভূমি হইতে ২৫ ফুট উর্দ্ধে অবস্থিত হয়, তাহা হইলে, রাস্তাটীর চওড়া কত হইবে?

উত্তর—২৭½ ফুট।

১৯। একখানি সিঁড়ি কোন রাস্তার একপার্শ্বস্থ একটী বাটীর গায়ে ঠেসান আছে, উহার গোড়া বাটীর ভিত হইতে ১৪ ফুট, তফাতে অবস্থিত, এবং উহার অগ্রভাগ যেখানে ঠেকিয়া আছে, উহা ভূমি হইতে ৪৮ ফুট উর্দ্ধে সিঁড়ির গোড়া (পায়া) যেরূপ আছে রাখিয়া উহা ঘুরাইলে সিঁড়িখানি রাস্তার অপর পার্শ্বস্থ একটী বাটীর ভূমি হইতে ৪০ ফুট উর্দ্ধ স্থানে পৌঁছে; রাস্তাটীর পরিসর কত? উত্তর—১৪+৩০ ফুট।

২০। উপরের প্রশ্নের সিঁড়িখানি যদি বাটীর ভিত হইতে ৩০ ফুট অন্তরে অবস্থিত হয়, এবং উহার অগ্রভাগ যদি বাটীর ২২ ফুট উর্দ্ধে অবস্থিত জানালায় ঠেকিয়া থাকে, পরে ঘুরাইয়া আনিলে অপর পার্শ্বস্থ বাটীর ৩৬ ফুট উর্দ্ধে অবস্থিত জানালায় ঠেকে, তাহা হইলে রাস্তাটীর পরিসর কত হইবে?

উত্তর—৪০½ ফুট।

২১। একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজ ১ ইঞ্চি, উহার কর্ণ পরিমাণ কত হইবে? [১০টী দশমিক স্থান পর্য্যন্ত উহার নির্ণয় কর।]

উত্তর—১.৪১৪২১৩৫৬২৪।

২২। একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজ ১১০ ফুট, উহার কর্ণপরিমাণ কত? উত্তর—১৫৫.৫৬।

২৩। একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৮২.৬৬ ফুট, এবং কেন্দ্র হইতে একটী জ্যার উপর পতিত লম্ব ৭১.১ ফুট; জ্যার পরিমাণ কত?

উত্তর—৮৪.৩২ ফুট।

২৪। সমকোণী সমান্তরিক আকারের একটী ক্ষেত্রের দুইটী সন্নিহিত পার্শ্বের ধারে ধারে একটী ছোট রাস্তা আছে, সমান্তরিকের দীর্ঘতর ভুজ ১৯৬ গজ দীর্ঘ, এবং ক্ষুদ্রতর ভুজ ১৪৭ গজ দীর্ঘ, যদি ধারের রাস্তা দিয়া না যাইয়া উহার কর্ণ-রেখার উপর দিয়া যাওয়া যায়, তাহা হইলে কতটুকু পথ বাঁচিয়া যাইবে? উত্তর—৯৮ গজ।

২৫। একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৬ ফুট, বৃত্তটীর অভ্যন্তরীণ বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ নির্দ্দেশ কর। উত্তর ৮·৪৮৫ ফুট।

২৬। কোন বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ৮ ফুট, উহার বহিস্থ বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ নির্ণয় কর। উত্তর—৫·৬৬ ফুট।

২৭। কোন বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ৭ ফুট; ৮ ফুট লম্বা একটী জ্যার উপর কেন্দ্র হইতে যে লম্বপাত করা হইয়াছে; তাহার পরিমাণ কত? উত্তর—৫·৭৪ ফুট।

২৮। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৭ ইঞ্চি, কেন্দ্র হইতে একটী জ্যার উপর পাতিত লম্ব ১৩ ইঞ্চি; জ্যার পরিমাণ কত?

উত্তর—২১.৯১ ইঞ্চি।

২৯। একটী বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ১ ফুট, ব্যাসার্দ্ধটীকে ৬ সমান অংশে বিভক্ত করা হইয়াছে, এবং পাঁচটী বিভাগবিন্দু হইতে ব্যাসার্দ্ধের উপর এক একটি করিয়া পাঁচটী লম্ব টানা হইয়াছে, লম্বগুলি পরিধিস্পর্শ করিতেছে; দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ইঞ্চিতে গণনা করিয়া লম্বগুলির পরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর—১১·৮৩; ১১·৩১; ১০·৩৯; ৮·৯৪; ৬·৬৩।

৩০। একটী বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ৭ ফুট, বৃত্তের কেন্দ্র হইতে ১২ ফুট দূরস্থ একটী বিন্দু হইতে বৃত্তের একটী স্পর্শনী-রেখা টানা হইয়াছে; এই স্পর্শনীর দৈর্ঘ্য কত? উঃ—৯.৭৫ফুট।

৩১। কোন প্রাচীন নগরীর ভগ্নাবশেষের মধ্যে এক স্থানে

দুইটী স্তম্ভ দণ্ডায়মান আছে; এবং স্তম্ভদ্বয়ের মধ্যে একটী ঋজুরেখা টানিলে ঐ ঋজুরেখার কোন অংশে একটী দেবমূর্ত্তি দণ্ডায়মান আছে; স্তম্ভদ্বয় ও বিগ্রহটী যথাক্রমে ৬৪ ফুট, ৫০ফুট, ও ৯ ফুট ৯ ইঞ্চি উচ্চ; আর দেবমূর্ত্তির চূড়াটী দীর্ঘতর স্তম্ভের চূড়া হইতে ৯৭ ফুট, এবং অপর স্তম্ভটীর চূড়া হইতে ৮৬ ফুট অন্তর; একটী স্তম্ভের চূড়া অপরের চূড়া হইতে কতদূর অন্তর তাহা গণনা কর। উত্তর—১৫৭.০৩৬ ফুট।

৩২। শশী ও নীলমণি একটী নির্দ্দিষ্ট স্থান হইতে যাত্রা করিল, শশী ঠিক পূর্ব্বমুখে প্রতি ঘণ্টায় ৪ মাইল করিয়া চলিতে লাগিল, এবং নীলমণি ঠিক দক্ষিণমুখে ঘণ্টায় ৪½ মাইল করিয়া চলিতে লাগিল; উভয়ে এইরূপ চলিতে থাকিলে আরম্ভ করিবার কত ঘণ্টা পরে উহারা পরস্পর ৪৩ মাইল তফাতে পড়িবে?

উত্তর—৬.৬৪ ঘণ্টা।

৩৩। একটী সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ৫ ফুট, ৩ ইঞ্চি, কোটির ৯ গুণ কর্ণের ৪ গুণের সহিত সমান এরূপ বিবেচনা করিয়া লইলে উহার কোটি পরিমাণ কত হইবে?

উত্তর—প্রায় ২ ফুট, ৭$\frac{3}{8}$ ইঞ্চি।

৩৪। ৩০ফুট উচ্চ একটা বাঁশ বাতাসের জোরে ভাঙ্গিয়া গেল, উহার অগ্রভাগ বাঁশের মূল হইতে ১৮ ফুট দূরে ভূমিসংলগ্ন হইল, বাঁশটী কত ফুট ঊর্দ্ধে ভাঙ্গিয়াছে? উত্তর—৯⅗।

৩৫। কলিকাতা হইতে চন্দননগর ২১ মাইল অন্তর, চন্দননগর হইতে ৪৩ মাইল পশ্চিমে রামের বাস, এবং কলিকাতা হইতে ২৯ মাইল পূর্ব্বে নীলমণির বাস; রাম নীলমণির বাসস্থান হইতে কতদূরে বাস করেন? [উত্তর ৭৫ মাইল]

৩৬। একখানা বাঁশের সিঁড়ি, একটা রাস্তার ওসারো দিকে

এড়ো হইয়া পড়িয়া আছে, সিঁড়িখান যত লম্বা রাস্তাটী ঠিক তত চওড়া, সুতরাং সিঁড়িখান রাস্তা জুড়িয়া আছে, এক্ষণে রাস্তার একপার্শ্বস্থ একটী বাটীর ১৫ ফুট উচ্চ একটী জানালায় উঠিবার জন্য সিঁড়িখানি উঠান হইল, উঠাইবার পর দেখা গেল সিঁড়িখানির অপর পার্শ্বটী রাস্তার ধারহইতে ৫ফুট সরিয়া আসিয়াছে; সিঁড়িখানির দৈর্ঘ্য কত? উত্তর—২৫ফুট।

৩৭। ৯ হাত উচ্চ একটী স্তম্ভের মূলে একটী সর্পের গর্ত্ত আছে, স্তম্ভপরিমাণের তিন গুণ দূর হইতে সর্প গর্ত্তাভিমুখে আসিতেছে, এমত সময়ে স্তম্ভোপরি উপবিষ্ট একটী ময়ূর সর্পকে দেখিতে পাইয়া সবেগে উহার উপর পড়িয়া উহাকে আক্রমণ করিল, যেস্থলে ময়ূর সর্পকে ধরিল তাহা স্তম্ভের অগ্রভাগ হইতে যতদূর তথা হইতে প্রথম লক্ষ্যস্থান ও ততদূর; গর্ত্ত হইতে সর্প কত দূরে ধরা পড়িল গণনা কর। উত্তর—১২হস্ত দূরে।
(লীলাবতী।)

৩৮। একটী কমলকলিকা কোন সরোবরের জলাভ্যন্তর হইতে উঠিয়া জলের উপর বিতস্তি প্রমাণ (বিঘত) উন্নত ছিল, পরে বায়ুর মন্দ মন্দ আন্দোলনে ক্রমশঃ নমিত হইয়া পরিশেষে দুই হস্ত দূরে গিয়া জলমগ্ন হইল, ঐ জল কত গভীর ছিল তাহা স্থির কর। (লীলাবতী) উত্তর—জল ৩$\frac{3}{4}$ হাত গভীর, এবং পদ্মের নালের দৈর্ঘ্য ৪$\frac{1}{4}$ হাত।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

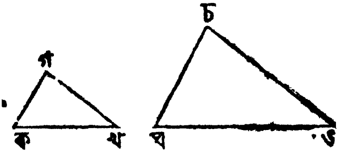
সদৃশ ক্ষেত্র।

সদৃশ ত্রিভুজ। ১সম্পাদ্য। সদৃশ ত্রিভুজ কাহাকে কহে তাহা পরিভাষাপরিচ্ছেদে কথিত হইয়াছে। (৪০ পরিভাষা) দেখ।

মনে কর কখগ, ঘঙচ দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ, তাহা হইলে লক্ষণ অনুসারে :—

কখ : খগ :: ঘঙ : ঙচ ;

অতএব কখ×ঙচ = খগ×ঘঙ;



সূত্র ১। যদি দুইটী সদৃশ ত্রিভুজের মধ্যে একটীর দুইটী ভুজ নির্দ্দিষ্ট থাকে, এবং অপরের প্রথম ত্রিভুজের সদৃশ ভুজদ্বয়ের মধ্যে একটী নির্দ্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে উল্লিখিত সমানুপাত অনুসারে দ্বিতীয় ত্রিভুজের অবশিষ্ট সদৃশ ভুজটীর পরিমাণ নির্ণয় করিতে পারা যায়। প্রক্রিয়া পাটীগণিতের ত্রৈরাশিক প্রক্রিয়া ব্যতীত আর কিছুই নহে।

উদাহরণ।

মনে কর কখ = ১০ ; খগ = ১২ ; ঘঙ = ১৪ ; ঙচ কত হইবে ?

উল্লিখিত অনুপাতানুসারে :—

১০ : ১২ :: ১৪ : ঙচ ;

∴ ঙচ $= \frac{১২ \times ১৪}{১০} = ১৬\frac{৪}{৫}$।

(২) কখ $= ২\frac{১}{২}$; কগ = ২ ; ঘঙ $= ৩\frac{১}{২}$; ঘচ কত হইবে ?

প্রশ্নানুসারে $২\frac{১}{২} : ২ :: ৩\frac{১}{২}$: ঘচ

∴ ঘচ $= \frac{২ \times \frac{৭}{২}}{\quad} = \frac{৭}{১} \times \frac{২}{৫} = \frac{১৪}{৫} = ২\frac{৪}{৫}$

(৩) কগ = ৫ ; গখ = ৬ ; ঘচ = ৭ ; চঙ কত হইবে ?

প্রশ্নানুসারে ৫ : ৬ :: ৭ : চঙ $= \frac{৬ \times ৭}{৫} = \frac{৪২}{৫} = ৮\frac{২}{৫}$

১ ম সম্পাদ্য—ক। পরস্পর সদৃশ ত্রিভুজের যে সকল বিশেষ গুণ আছে, তৎসমুদয়ের সাহায্যে পরিমিতশাস্ত্রঘটিত অনেক সিদ্ধান্ত নির্ণীত হইয়া থাকে।

পূর্ব্ব পরিচ্ছেদের বিবিধ উদাহরণের দ্বিতীয় প্রশ্নে নির্ণীত হইয়াছে যে, যদি কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ১ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার উচ্ছ্রায় ·৮৬৬ ফুট হইবে। সকল সমবাহু ত্রিভুজের ভুজ ও উচ্ছ্রায়ের সহিত এই অনুপাত থাকে, অতএব যদি কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ৬ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার উন্নতি ৬×·৮৬৬ ফুট হইবে। ভুজপরিমাণ ½ ফুট অর্থাৎ ৬ইঞ্চি হইলে উন্নতি ·৮৬৬÷২=·৪৩৩ হইবে। ইত্যাদি।

১ম—খ। প্রথম অধ্যায়ের দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে আবশ্যক উপপাদ্য প্রস্তাবের ২৩ শ প্রতিজ্ঞায় নির্ণীত হইয়াছে যে, উক্ত প্রতিজ্ঞায় কঙঘ, ও খঙগ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ, অতএব ঙক : ঙঘ :: ঙগ : ঙখ। সুতরাং ঙক × ঙখ = ঙঘ × ঙগ। অর্থাৎ যদি কোন বৃত্তের অভ্যন্তরে দুইটী ঋজুরেখা পরস্পর ছেদ করিয়া পরিধি স্পর্শ করে, তাহা হইলে একের অংশদ্বয়ের পরস্পর গুণনে উৎপন্ন সমকোণী সমান্তরিক অন্যের তাদৃশ অংশদ্বয়ের পরস্পর গুণনে উৎপন্ন সমকোণী সমান্তরিকের সহিত সমান হইবে। ইউক্লিড ৩-৩৫ এইটী বৃত্তক্ষেত্রের একটী অতিশয় প্রয়োজনীয় বিশেষ গুণ। [প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর]

২ সম্পাদ্য। কোন বস্তুর ছায়াপরিমাণ করিয়া সদৃশ ত্রিভুজের সাহায্যে বস্তুটীর প্রকৃত পরিমাণ নির্ণয় করিতে পারা যায়।

উদাহরণ।

১। মনে কর ৪ ফুট লম্বা একটী বাঁশ ভূমির উপর লম্বভাবে ধরাতে উহার ছায়া ৬ ফুট লম্বা হইয়াছে, আর একটী মন্দিরের ছায়া ৮৩ ফুট লম্বা মাপা হইয়াছে, এক্ষণে প্রকৃত মন্দিরটী কত উচ্চ তাহা নির্ণয় করিতে হইবে।

বাঁশের অগ্রভাগ উহার ছায়ার শেষ সীমার সহিত সংযুক্ত

করিয়া দিলে, এবং মন্দিরের অগ্রভাগ উহার ছায়ার শেষ সীমার সহিত সংযুক্ত করিয়া দিলে দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ পাওয়া যাইবে। আর দেখা যাইতেছে যে ৪ ফুট লম্বা বাঁশের ছায়া ৫ ফুট লম্বা হইতেছে, অতএব অনুপাতের নিয়মানুসারে যদি ৪ ফুটের ছায়া ৫ ফুট হয় তবে কত পরিমাণের ছায়া ৮৩ ফুট হইবে? অঙ্কপাত করিয়া:—

৫ : ৪ :: ৮৩ : আবশ্যক উন্নতি।

∴ আবশ্যক উন্নতি $= \frac{৮৩ \times ৪}{৫} = \frac{৩৩২}{৫} = ৬৬\frac{২}{৫}$.

২। ৩ ফুট লম্বা একগাছি ছড়ি, ভূমিতে খাড়া করা রহিয়াছে, উহার ছায়া ৪ ফুট লম্বা হইয়াছে, আর একটী গাছের ছায়া ৫২ ফুট মাপা হইয়াছে; গাছটীর প্রকৃত উন্নতি কত?

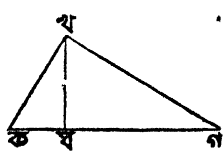
অনুপাতানুসারে:—

৪ : ৩ :: ৫২ : বৃক্ষের উন্নতি।

∴ বৃক্ষের উন্নতি $= \frac{৫২ \times ৩}{৪} = ৩৯$ ফুট।

৩ সম্পাদ্য। কোন ত্রিভুজের ভুজদ্বয় ও ভূমির পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, ত্রিভুজটীর লম্ব অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ কত, তাহা নির্ণয় করিতে হইবে।

কখগ একটী ত্রিভুজ, ইহার **কখ**, ও **খগ** ভুজদ্বয়ের পরিমাণ, এবং **কগ** ভূমির পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, ইহার লম্ব অর্থাৎ উন্নতি **খঘ** রেখার পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।



[কোন ত্রিভুজের কোন একটী কোণিক বিন্দু হইতে উহার অভিমুখীন ভুজের উপর লম্বপাত করিলে ঐ লম্বকে ত্রিভুজের লম্ব বা উন্নতি কহে, ইহা পরিভাষা পরিচ্ছেদে কথিত হইয়াছে]।

খঘ লম্ব **কগ** ভূমিকে দুই ভাগে বিভক্ত করিতেছে, অতএব

খঘ লম্বরেখার পরিমাণ নির্দ্ধারণ করিতে হইলে প্রথমতঃ **কগ** ভূমির **কঘ** ও **ঘগ** এই দুই অংশের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে। তাহার পর পূর্ব্বপরিচ্ছেদের ২য় সম্পাদ্যানুসারে প্রক্রিয়া করিলে, লম্বদ্বারা নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজটী যে দুই সমকোণী ত্রিভুজে বিভক্ত হইয়াছে, উহাদের প্রত্যেকটী হইতে অতি সহজেই লম্ব পরিমাণ নির্ণীত হইবে, অর্থাৎ $কখ^2 - কঘ^2 = খঘ^2$, বা $খগ^2 - গঘ^2 = খঘ^2$। অর্থাৎ নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের একটী ভুজের বর্গ হইতে ঐ ভুজের সন্নিহিত ভূমিখণ্ডের বর্গকে বিয়োগ করিতে হইবে, করিয়া বিয়োগফলের বর্গমূল নিষ্কাশন করিলেই লম্ব পরিমাণ পাওয়া যাইবে। অর্থাৎ $খঘ = \sqrt{(কখ^2 - কঘ^2)}$; অথবা $খঘ = \sqrt{(খগ^2 - গঘ^2)}$।

কি প্রকারে ভূমির খণ্ডদ্বয়ের পরিমাণ নির্দ্ধারণ করিতে হয়, তাহা নিম্নে প্রকটিত হইতেছে।

যদি নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের **খগ** ভুজ, **কখ** ভুজ অপেক্ষা বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে বৃহত্তর ভুজের সন্নিহিত **গঘ** খণ্ডটীও **কঘ** খণ্ড অপেক্ষা বৃহত্তর হইবে। অর্থাৎ যদি কোন ত্রিভুজের কোন কৌণিক বিন্দু হইতে উহার অভিমুখীন ভুজের উপর লম্বপাত করা যায়, তাহা হইলে উক্ত ভুজটী লম্ব দ্বারা যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয়, সেই দুই খণ্ডের মধ্যে যেটী নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের অবশিষ্ট ভুজদ্বয়ের মধ্যে বৃহত্তরের সন্নিহিত, সেইটী ক্ষুদ্রতর ভুজের সন্নিহিত খণ্ডটী অপেক্ষা বৃহত্তর; প্রস্তাবিত ত্রিভুজের **খগ** ভুজ **কখ** ভুজ অপেক্ষা বৃহত্তর; অতএব **গঘ** খণ্ডটী **কঘ** খণ্ড অপেক্ষা বৃহত্তর। এক্ষণে প্রস্তাবিত **কখগ** ত্রিভুজের **কগ** ভূমির সহিত, **কখ** ও **গখ** ভুজদ্বয়ের সমষ্টির যে অনুপাত, ভুজদ্বয়ের অন্তরের সহিত ভূমিখণ্ডদ্বয়ের অন্তরেরও সেই অনুপাত, অর্থাৎ,—

কগ : খগ+খক :: খগ—খক : গঘ—ঘক। অতএব (খগ+খক) (খগ—খক)=(গঘ—ঘক) কগ;

$$\text{অতএব গঘ—ঘক} = \frac{(\text{খগ}+\text{খক})(\text{খগ}-\text{খক})}{\text{কগ}};$$ আর

গঘ+ঘগ=কগ; অতএব উভয় রাশি পরস্পর যোগ করিলে

$$২\ \text{গঘ} = \frac{(\text{খগ}+\text{খক})(\text{খগ}-\text{খক})}{\text{কগ}} + \text{কগ} = \frac{(\text{খগ}+\text{খক})(\text{খগ}-\text{খক})+\text{কগ}^২}{\text{কগ}}$$

$$\text{অতএব গঘ} = \frac{(\text{খগ}+\text{খক})(\text{খগ}-\text{খক})+\text{কগ}^২}{২\text{কগ}}$$

আর কগ—গঘ=কঘ, অতএব ভূমির দুইটী খণ্ডই জানা গেল।

সূত্র। অতএব কোন ত্রিভুজের ভুজদ্বয় ও ভূমির পরিমাণ বিদিত থাকিলে, উল্লিখিত অনুপাতানুসারে প্রথমে ভূমিখণ্ডদ্বয়ের বিয়োগফল বাহির কর, পরে ভূমি পরিমাণের সহিত উক্ত বিয়োগফল যোগ করিয়া সমষ্টির অর্দ্ধেক লইলেই ভূমিখণ্ডদ্বয়ের মধ্যে বৃহত্তরটীর পরিমাণ পাওয়া যাইবে; পরে সমগ্র ভূমি পরিমাণ হইতে বৃহত্তরটী বাদ দিলে ক্ষুদ্রতর খণ্ডটীও পাওয়া যাইবে। এই প্রস্তাবে উল্লিখিত পূর্ব্বপরিচ্ছেদের দ্বিতীয় সম্পাদ্য অনুসারে ত্রিভুজটীর লম্ব অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ পাওয়া যাইবে।*

* সমবাহু ত্রিভুজস্থলে অথবা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজস্থলে যেখানে সমবাহুদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ হইতে উহার অভিমুখীন ভুজের উপর লম্বপাত করা হইয়াছে তথায় উল্লিখিত নিয়মের উপযোগিতা নাই, কারণ এই দুই স্থলে শীর্ষকোণ হইতে ভূমির উপর যে লম্বরেখা পতিত হইবে, উহা দ্বারা ভূমি দুই সমান ভাগে বিভক্ত হইবে। অতএব ভূমির পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে পূর্ব্ব পরিচ্ছেদের দ্বিতীয় সম্পাদ্য অনুসারে লম্বের পরিমাণ নির্দ্ধারিত হইবে।

উদাহরণ।

১। কোন ত্রিভুজের তিনটী ভুজের পরিমাণ ৪২, ৪০, ও ২৬ ফুট; উহার দীর্ঘতম ভুজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে?

মনে কর **কগ**=৪২, **খগ**=৪০; **কখ**=২৬, এস্থলে **কগ** ভুজকে ত্রিভুজের ভূমি স্বরূপ ধরা হইয়াছে।

উল্লিখিত নিয়মানুসারে,

কগ : খগ+খক :: খগ—খক : গঘ—ঘক;

∴৪২ : ৪০+২৬ :: ৪০—২৬ : গঘ—ঘক;

∴ গঘ—ঘক = $\frac{৬৬ \times ১৪}{৪২}$ = ২২ : আর গঘ+ঘক=৪২;

∴ উভয় রাশি যোগ করিয়া ২ গঘ=৬৪; ∴ গঘ=৩২;

∴ ঘক=৪২—৩২=১০।

এক্ষণে **কখঘ**, ও **খগঘ**, প্রত্যেকে এক একটী সমকোণী ত্রিভুজ ও ইহাদের **ঘ** কোণ সমকোণ বলিয়া **ঘখ**^{২} = **কখ**^{২}—**কঘ**^{২}; অতএব **ঘখ** = √(কখ^{২}—কঘ^{২}) = √(২৬^{২}—১০^{২}) = ২৪ ফুট; অতএব ত্রিভুজের লম্ব অর্থাৎ উচ্ছ্রায় ২৪ ফুট হইল।

নিয়মান্তর। নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজের দুইটী ভুজের সমষ্টিকে উহাদের পরস্পর বিয়োগফলদ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে ভূমি পরিমাণ দ্বারা ভাগ করিলে যে ফল হইবে, তাহা ভূমিপরিমাণের সহিত যোগ করিয়া সমষ্টির অর্দ্ধেক লইলে উহা বৃহত্তর খণ্ডের পরিমাণ হইবে, এবং ঐ ফল ভূমিপরিমাণ হইতে অন্তর করিলে, ঐ অন্তরের অর্দ্ধেক ক্ষুদ্রাংশের পরিমাণ হইবে। পরে পূর্ব্বোক্ত নিয়মানুসারে লম্বপরিমাণ পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ।

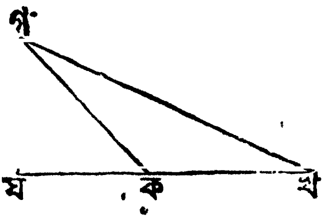
১। কোন ত্রিভুজের দুইটী ভুজ যথাক্রমে ১৩, ও ১৫ ফুট,

ভূমি ১৪ ফুট; ভুজদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ হইতে ভূমির উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত?

১৫ + ১৩ = ২৮; ১৫—১৩ = ২; ২৮ × ২ ÷ ১৪ = ৪; ∴ ১৪ + ৪ = ১৮; $\frac{১৮}{২}$ = ৯ = ভূমির বৃহত্তর অংশের পরিমাণ। ১৪—৪ = ১০, $\frac{১০}{২}$ = ৫ = ক্ষুদ্রতর অংশের পরিমাণ।

কারণ বৃহত্তর অংশকে ক, ও ক্ষুদ্রতর অংশকে খ ধরিলে ক + খ = ১৪; ক—খ = ৪; অতএব ক + খ + ক—খ অথবা ২ ক = ১৪ + ৪ = ১৮; ∴ ক = ৯ ∵ লম্ব^২ = ১৫^২—৯^২ = ২২৫—৮১ = ১৪৪; ∴ লম্ব = $\sqrt{(১৪৪)}$ = ১২;

স্থূলকোণী ত্রিভুজের কোন সূক্ষ্মকোণ হইতে (অথবা কোন কোন প্রকার সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের কোন সূক্ষ্মকোণ হইতে,) উহার অভিমুখীন ভুজের উপর লম্ব টানিতে হইলে, উক্ত ভুজের ত্রিভুজের অন্তর্গত অংশের উপর লম্বপাত হইতে পারে না, এরূপ স্থলে লম্বপাত করিতে হইলে ভুজটী বর্দ্ধিত করিয়া ঐ বর্দ্ধিত অংশের উপর লম্বপাত করিতে হয়।



গকখ স্থূলকোণী ত্রিভুজের খক ভুজ বর্দ্ধিত করিয়া গঘ লম্বপাত করা হইয়াছে। এইরূপে গক ভুজ বর্দ্ধিত করিয়া খঘ লম্ব টানা যাইতে পারে। এরূপস্থলেও উল্লিখিত নিয়মানুসারে লম্বের পরিমাণ নির্দ্ধারণ করা যাইতে পারে। এরূপ স্থলে ভূমির আবাদ অর্থাৎ খণ্ডদ্বয় নির্ণয় করিবার সময় যদি ভুজদ্বয়ের সমষ্টিকে উহাদের অন্তরের দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ভূমি দ্বারা ভাগ করিলে যাহা ভাগফল হইবে, উহা ভূমির পরিমাণ অপেক্ষা বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে ঐ ভাগফল হইতে ভূমিপরিমাণ বাদ

দিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে তাহার অর্দ্ধেক লইলে ক্ষুদ্রতর অর্থাৎ লম্ব ও ত্রিভুজের অন্যতম ভুজ এই উভয়ের অন্তর্গত খণ্ডের পরিমাণ পাওয়া যাইবে, পরে এই খণ্ডের পরিমাণ ভূমি-মাণের সহিত যোগ করিলে বৃহত্তর খণ্ড ও ত্রিভুজের অপর ভুজের মধ্যগত খণ্ডের পরিমাণ পাওয়া যাইবে। পরে সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মানুসারে লম্ব পরিমাণ নির্ণয় করা যাইবে।

উদাহরণ।

১। উল্লিখিত ত্রিভুজের ভুজদ্বয়ের পরিমাণ ১০, ও ১৭, ভূমিপরিমাণ ৯; লম্বপরিমাণ নির্ণয় কর।

নিয়মানুসারে ১৭ + ১০ = ২৭ ; ১৭—১০ = ৭ ; $\frac{২৭\times৭}{৯}$ = ২১ ;
∴ ২১—৯ = ১২ = ২ ঘক ; ∴ ঘক = ৬, এবং ঘখ = ৬ + ৯ = ১৫
∴ গঘ লম্ব = $\sqrt{(১০^{২}—৬^{২})}$ = $\sqrt{(১০০—৩৬)}$ = $\sqrt{(৬৪)}$ = ৮।

আর এক প্রকারে সকল স্থলেই লম্বদ্বারা উৎপাদিত ভূমির আবাধ অর্থাৎ খণ্ডদ্বয়ের পরিমাণ নির্ণয় করিতে পারা যায়।

১ম প্রতিকৃতির উদাহরণে ভূমির খণ্ডদ্বয়ের মধ্যে বৃহত্তরটীকে অব্যক্ত রাশি অ দ্বারা নির্দ্দেশ কর, এস্থলে গখ ভুজ = ১৫ ; খক ভুজ = ১৩ ; কগ ভূমি = ১৪ ; ঘগ ভূমিখণ্ড = অ, এবং ঘক ভূমি-খণ্ড = ১৪—অ।

এক্ষণে প্রশ্নানুসারে খঘ^{২} = ১৫^{২} — অ^{২}, এবং খঘ^{২} = ১৩^{২}—(১৪—অ)^{২}; কিন্তু যে সকল রাশি কোন এক নির্দ্দিষ্ট রাশির সহিত সমান, তাহারা পরস্পর সমান (১ স্বতঃ); অতএব ১৫^{২} —অ^{২} = ১৩^{২}—(১৪—অ)^{২}।

∴ ২২৫—অ^{২} = ১৬৯—১৯৬ + ২৮ অ—অ^{২} ; কিন্তু সমান সমান রাশিতে সমান সমান রাশি যোগ করিলে সমষ্টিদ্বয় সমান সমান হয়। (২ স্বতঃ), অতএব উভয় দিকে অ^{২} যোগ করিয়া ২২৫ = ১৬৯—১৯৬ + ২৮ অ ; অতএব ২৮অ = ২৫২, (৩ স্বতঃ), ∴ অ = $\frac{২৫২}{২৮}$ = ৯ = ঘগ ∴ ঘক = ১৪—৯ = ৫।

আবার ২য় উদাহরণে গখ = ১৭ ; গক = ১০, কখ = ৯ মনে কর কঘ = অ ; এক্ষণে গঘ২ = ১০২—অ২ ; এবং গঘ২ = ১৭২—(৯+অ)২ ; অতএব ১০২—অ২ = ১৭২—(৯+অ)২ (১ম স্বতঃ) ;

∴ ১০০—অ২ = ২৮৯—৮১—১৮ অ—অ২ ;

∴ ১০০ = ২৮৯—৮১—১৮ অ; (৩য় স্বতঃ)

∴ ২০৮—১৮ অ = ১০০ ;

∴ ১৮ অ = ১০৮ (৩য় স্বতঃ)

∴ অ = ১০৮/১৮ = ৬ = কঘ, এবং ঘখ = ৬ + ৯ = ১৫.

প্রতিজ্ঞা। একটী অনির্দ্দিষ্ট ভূমির একই পৃষ্ঠে উহার দুই প্রান্তে দুইটী নির্দ্দিষ্টপরিমাণ লম্বরেখা টানা হইয়াছে, লম্বদ্বয়ের প্রত্যেকটীর অগ্রভাগ হইতে অপরটীর মূলদেশ পর্য্যন্ত যথাক্রমে দুইটী ঋজুরেখা টানা হইয়াছে, ঐ ঋজুরেখাদ্বয়ের যে স্থলে পরস্পর সম্পাত হইয়াছে, তথা হইতে ভূমির উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ; আর যদি এরূপ স্থলে ভূমির পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে উক্ত লম্বদ্বারা ভূমিটী যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হইবে উক্ত খণ্ডদ্বয়ের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

সূত্র ১। একটী লম্বের পরিমাণকে অপরটীর পরিমাণদ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে লম্বদ্বয়ের সমষ্টিদ্বারা ভাগ কর, করিলে ভাগফল অভীষ্ট লম্বের পরিমাণ হইবে। আর যদি ভূমির পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে প্রত্যেক নির্দ্দিষ্ট লম্বকে নির্দ্দিষ্ট লম্বদ্বয়ের সমষ্টিদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ভূমিপরিমাণদ্বারা ভাগ দিলে ভূমির খণ্ডদ্বয়ের পরিমাণ পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ।

১। একটী ২৫ হাত ও অপরটী ২০ হাত দীর্ঘ দুইটী বাঁশ ঠিক লম্বভাবে খাড়া করা আছে, উহাদের প্রত্যেকের অগ্রভাগকে

অন্যের মূলের সহিত রজ্জুদ্বারা সংযুক্ত করা হইয়াছে, রজ্জুদ্বয়ের পরস্পর সম্পাতস্থল হইতে ভূমির উপর লম্বপাত করিলে ঐ লম্বের পরিমাণ কত হইবে?

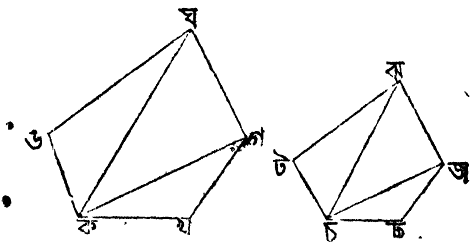
সূত্রানুসারে, $২৫ \times ২০ = ৫০০$; $২৫ + ২০ = ৪৫$, $\frac{৫০০}{৪৫} = ১১\frac{১}{৯}$ হাত। অতএব অভীষ্ট লম্বপরিমাণ $= ১১\frac{১}{৯}$ হাত।

২। যদি উপরিউক্ত অঙ্কে ভূমির পরিমাণ ৫ হাত হয়, অর্থাৎ দুইটী বাঁশ পরস্পর ৫ হাত দূরে অবস্থিত হয়, তবে অভীষ্ট লম্ব-দ্বারা ভূমি যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হইবে, তাহাদের প্রত্যেকের পরিমাণ কত হইবে?

সূত্রানুসারে, $\frac{২৫}{৪৫} \times ৫ = \frac{২৫}{৯} = ২\frac{৭}{৯}$ এক খণ্ড; আর $\frac{২০}{৪৫} \times ৫ \; \frac{২০}{৯} = ২\frac{২}{৯}$।

২ সূত্র। সদৃশ ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র। ত্রিভুজের ন্যায় চতুর্ভুজ, পঞ্চভুজ, ষড়্‌ভুজ প্রভৃতি যাবতীয় প্রকার ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রই পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র হইতে পারে। কিরূপ লক্ষণাক্রান্ত হইলে দুইটী ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ হয়, তাহা পরিভাষাপরিচ্ছেদে নির্দ্দিষ্ট হইয়াছে, পাঠার্থীদিগের স্মরণার্থ উহা এস্থলে পুনরুল্লিখিত হইল, যে সকল সমানসংখ্যক ভুজবিশিষ্ট ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের কোণগুলি পরস্পর সমান এবং সমান সমান কোণাশ্রিত ভুজগুলি পরস্পর সমানুপাতী তাহাদিগকে সদৃশ ক্ষেত্র কহে।

মনে কর **কখগঘঙ**, **চছজঝট** এই দুইটী পঞ্চভুজ ঋজুরৈখিক ক্ষেত্র। এক্ষণে যদি বৃহত্তর



ক্ষেত্রটীর **ক, খ, গ, ঘ, ঙ**, এই পাঁচটী কোণ, যথাক্রমে ক্ষুদ্রতর ক্ষেত্রটীর **চ, ছ, জ, ঝ, ট** এই পাঁচটী কোণের সহিত সমান হয়,

এবং উভয়ের সমান সমান কোণাশ্রিত ভুজগুলি সমানুপাতী হয়, অর্থাৎ কখ: খগ: চছ: ছজ: খগ: গঘ:: ছজ: জঝ: গঘ: ঘঙ:: জঝ:: ঝট:: এবং ঘঙ: ঙক::: ঝট: টচ: ইত্যাদি প্রকার হয়, তাহা হইলে পঞ্চভুজ ক্ষেত্রদ্বয়কে পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র কহে।

এক্ষণে প্রতিপন্ন হইতেছে যে, দুইটী ক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ হইতে হইলে দুইটী বিষয়ের যৌগপদ্যের প্রয়োজন, প্রথম, কোণগুলির পরস্পর সাম্য, দ্বিতীয়, ভুজগুলির সমানুপাত। ত্রিভুজ-ক্ষেত্রের বিষয়ে এই দুইটী লক্ষণের একটী উপস্থিত থাকিলে অপরটী অবশ্যই থাকিবে, কারণ ত্রিভুজদ্বয়ের কোণগুলি পরস্পর সমান হইলে কোণাশ্রিত ভুজগুলি অবশ্যই সমানুপাতী হইবে, এবং ত্রিভুজদ্বয়ের কোণাশ্রিত ভুজগুলি সমানুপাতী হইলে ত্রিভুজদ্বয়ের কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে। (ইউক্লিড ৬ষ্ঠ অধ্যায় ৪ এবং ৫ প্রতিজ্ঞা); কিন্তু তিনটী অপেক্ষা অধিক-সংখ্যক ভুজবিশিষ্ট ক্ষেত্রের বিষয়ে কখনই এরূপ হইতে পারে না, কারণ ভিন্ন ভিন্ন চতুর্ভুজ প্রভৃতি ক্ষেত্রের কোণগুলি পরস্পর সমান হইলেও কোণাশ্রিত ভুজগুলি পরস্পর সমানুপাত না হইলে ও না হইতে পারে; মনে কর বর্গক্ষেত্রের কোণগুলি অন্য কোন প্রকার সমকোণী সমান্তরিকের কোণগুলির সহিত সমান, কিন্তু উহাদের সমান সমান কোণাশ্রিত ভুজগুলির অনুপাত সমান নহে, আবার কোণাশ্রিত ভুজগুলি সমানুপাত থাকিয়াও কোণগুলি সমান না হইতেও পারে, বর্গক্ষেত্রের ভুজগুলি রম্বসক্ষেত্রের ভুজগুলির সহিত সমানুপাত বটে, কিন্তু উহাদের কোণগুলি পরস্পর সমান নহে।

চতুর্ভুজ প্রভৃতি যাবতীয় ঋজুরৈথিক বহুভুজ ক্ষেত্রের মধ্যে

যে গুলি পরস্পর সদৃশ, তাহাদিগকে সমানসংখ্যক সদৃশ ত্রিভুজে বিভক্ত করা যাইতে পারে। উল্লিখিত প্রতিকৃতিতে **গক**, **ঘক**, ও **জচ**, **ঝচ** ঋজুরেখা কয়েকটী টানিয়া প্রত্যেক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র তিন তিনটী সদৃশ ত্রিভুজে বিভক্ত হইয়াছে।

২য় সম্পাদ্য। সদৃশ ত্রিভুজের ন্যায় সদৃশ বহুভুজ ক্ষেত্রেও সমানুতাপবিশিষ্ট চারিটী রাশির মধ্যে তিনটী নির্দ্দিষ্ট থাকিলে সমানুপাতের নিয়ম অনুসারে চতুর্থটীর নির্ণয় হইতে পারে, অর্থাৎ দুইটী পরস্পর সদৃশ বহুভুজ ক্ষেত্রের মধ্যে যদি একের দুইটী ঋজুরেখা ও অন্যের তৎস্থানীয় ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে একটী নির্দ্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে সমানুপাতের নিয়মানুসারে অবশিষ্ট রাশিটীর নির্ণয় হয়।

উদাহরণ।

১। পূর্ব্ব চিত্রে কখ = ৪ ; **খগ** = ৫ ; চছ = ৩ ; ছজ রেখার পরিমাণ কত ?

যেহেতু কখ: খগ:: চছ: ছজ ; ∴ ৪: ৫:: ৩: ছজ,

∴৪ ছজ = ১৫ ; ∴ ছজ = $\frac{১৫}{৪}$ = ৩$\frac{৩}{৪}$,

২। উক্ত চিত্রে মনে কর, কঙ = ২ ইঞ্চি ; কগ = ৪$\frac{১}{২}$ ইঞ্চি ; চট = ১$\frac{১}{৪}$ ইঞ্চি ; চজ রেখার পরিমাণ কত হইবে ?

প্রশ্নানুসারে, ২: ৪$\frac{১}{২}$:: ১$\frac{১}{৪}$: চজ ;

∴ $\frac{৪\frac{১}{২} \times ১\frac{১}{৪}}{২} = \frac{৪৫}{১৬} = ২\frac{১৩}{১৬}$ চজ। অতএব চজ = ২ $\frac{১৩}{১৬}$।

সদৃশ ক্ষেত্র যেরূপ ঋজুরৈখিক হয়, সেইরূপ আংশিক ঋজুরৈখিক, আংশিক কুটিলরৈখিক, অথবা সম্পূর্ণরূপে কুটিলরৈখিক ও হইতে পারে। অর্থাৎ যে সকল ক্ষেত্রের সীমা কেবল ঋজুরেখা তাহারা যেমন পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র হইতে পারে, সেইরূপ যাহাদের সীমার কিয়দংশ ঋজুরেখা আবার কিয়দংশ বা কুটিল-

রেখা, অথবা যাহাদের সীমা সম্পূর্ণরূপে কুটিলরেখা, তৎসমুদয় ও পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র হইতে পারে। ফলতঃ যে সকল জ্যামিতিক ক্ষেত্রের আকার অবিকল একরূপ, তাহারা ভিন্ন ভিন্ন পরিমাণের হইলেও পরস্পর সদৃশ হইতে পারে। ইহা দ্বারা স্পষ্টই প্রতীতি হইতেছে যে, যাবতীয় বৃত্তক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ।

৩য় সম্পাদ্য। যাহার সকল ভুজগুলি পরস্পর সমান, এবং কোণগুলিও পরস্পর সমান, এরূপ একটী বহুভুজ ক্ষেত্রের ভুজ পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার লম্ব পরিমাণ (কেন্দ্র হইতে ভুজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ) অর্থাৎ উহার অভ্যন্তরীণ বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ, এবং উহার বাহিরে অঙ্কিত বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

সমবহুভুজের অন্তর্গত যে বিন্দু হইতে উহার প্রত্যেক ভুজের উপর লম্ব টানিলে উহারা পরস্পর সমান হয়, সেই বিন্দুকে সমবহুভুজের কেন্দ্র কহে।

ভুজের সংখ্যানুসারে বহুভুজ ক্ষেত্রগুলি ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, পঞ্চভুজ, ষড়্‌ভুজ ইত্যাদি নানাপ্রকার। যদি উহাদের ভুজের পরিমাণ ১ ধরা যায়, তাহা হইলে ভুজসংখ্যানুসারে যে বহুভুজের লম্বপরিমাণ এবং বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ যাহা হয়, তাহা নিম্নের তালিকায় প্রকটিত হইতেছে। উহাতে দ্বাদশভুজ পর্য্যন্ত বহুভুজের লম্ব ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ পাওয়া যাইবে। ভুজপরিমাণ ১ হইলে লম্বপরিমাণ ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ কত হয়, তাহা ত্রিকোণমিতি পাঠ না করিলে বাহির করা যায় না, অতএব পরিমিতিপাঠের সময় গণনার সুবিধার্থ ত্রিকোণমিতিদৃষ্টে দ্বাদশভুজ পর্য্যন্ত একটী তালিকা প্রকটিত হইয়া থাকে, গণনার সময় বহুভুজের লম্বপরিমাণ নির্ণয় করিবার প্রয়োজন

হইলে ভুজসংখ্যানুসারে ভুজপরিমাণ ১ ফুট হইলে লম্বপরিমাণ যত হইবে, তাহাকে প্রশ্ন নির্দ্দিষ্ট ভুজপরিমাণ দ্বারা গুণ করিবে, আর বহির্ব্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ আবশ্যক হইলে তালিকাদৃষ্টে উক্তবিধ রাশিকে প্রশ্নে নির্দ্দিষ্ট ভুজপরিমাণদ্বারা গুণ করিলেই উত্তর পাওয়া যাইবে।

ভুজ সংখ্যা ও আকার	লম্বপরিমাণ অর্থাৎ অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ	বহির্ব্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ
৩ ত্রিভুজ	·২৮৮৭	·৫৭৭৩
৪ চতুর্ভুজ	·৫০০০	·৭০৭১
৫ পঞ্চভুজ	·৬৮৮১৯১	·৮৫০৬
৬ ষড়্‌ভুজ	·৮৬৬০২৫	·১০০০০
৭ সপ্তভুজ	১·০৩৮২৬১	১·১৫২৪
৮ অষ্টভুজ	১·২০৭১০৭	১·৩০৬৬
৯ নবভুজ	১·৩৭৩৭৩৯	১·৪৬১৯
১০ দশভুজ	১·৫৩৮৮৪২	১·৬১৮০
১১ একাদশভুজ	১·৭০২৮৪৪	১·৭৭৪৭
১২ দ্বাদশভুজ	১·৮৬৬০২৫	১·০৩১৯

উদাহরণ।

১। একটী সম পঞ্চভুজের ভুজপরিমাণ ১২৫, উহার লম্বপরিমাণ কত?

সমানুপাতের নিয়মানুসারে যে কোন সম পঞ্চভুজের :—

ভুজ: লম্ব :: ১ : ·৬৮৮৮১৯১

∴ ১২৫ : লম্ব :: ১ : ·৬৮৮১৯১

∴ লম্ব=·৬৮৮১৯১×১২৫=৮৬·০২৪।

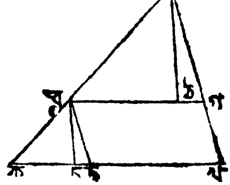
বিবিধ উদাহরণ।

১। **কখগ** একটী সমকোণী ত্রিভুজ, ইহার শীর্ষস্থ **ক** কোণ সমকোণ; **ক** কোন হইতে **কগ** (কর্ণ) ভূমির উপর **কঘ** লম্বপাত করা হইয়াছে; এই প্রতিকৃতিতে **খগ**=১৫ **খক**=১২, **খঘ** রেখার পরিমাণ কত? [প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর]।

এই প্রশ্নে **কখগ**, ও **ঘখক** এই দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র। অতএব **খগ** : **খক** :: **খক** : **খঘ**; অর্থাৎ ১৫ : ১২ :: ১২ : **খঘ**;

∴ **খঘ** $=\frac{১২\times১২}{১৫}=\frac{১৪৪}{১৫}=\frac{৪৮}{৫}=৯\frac{৩}{৫}$

২। **কখগঘ** একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্র, **কখ**, ও **গঘ** এই দুইটী সমান্তর ভুজের দূরত্ব ৩ ফুট; **কখ**=১০ ফুট; **ঘগ**=৬ ফুট; **কঘ** এবং **খগ** বর্দ্ধিত হইয়া **ট** বিন্দুতে পরস্পর সংলগ্ন হইয়াছে; **ঘগ** ঋজুরেখা হইতে **ট** বিন্দুতে লম্ব টানিলে উহার পরিমাণ কত হইবে?



কখ ঋজুরেখাতে **ঘচ** লম্ব টান, এবং **খগ** ঋজুরেখার সহিত সমান্তর **ঘছ** ঋজুরেখা টান। এক্ষণে **খছ**=গঘ=৬ ফুট; অতএব **কছ**=১০–৬=৪ আর **ঘচ**=৩ফুট। আবার **কঘছ**, এবং **ঘটগ** ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ

∴ কছ : চঘ :: ঘগ : ইষ্ট দূরত্ব; ∴ টঠ লম্ব $= \frac{৩ \times ৬}{৪} = \frac{৯}{২} = ৪\frac{১}{২}$

৩। ৬ ফুট লম্বা একজন লোক ঠিক সোজা হইয়া দাঁড়াইয়া আছে, মাটীতে উহার ছায়া ৮ ফুট, ৬ ইঞ্চি দীর্ঘ হইয়া পড়িয়াছে, আর লোকটী যেখানে দণ্ডায়মান তাহার নিকট একটী ঝাউগাছ আছে, উহার ছায়া ৫৬ ফুট, ৮ ইঞ্চি লম্বা হইয়াছে; ঝাউগাছটী কত ফুট উচ্চ?

প্রশ্নানুসারে,

৮ ফুট, ৬ ইঞ্চি : ৫৬ ফুট, ৮ ইঞ্চি :: ৬: ঝাউগাছের উচ্চতা।

অতএব $৮\frac{১}{২}$: $৫৬\frac{২}{৩}$ :: ৬ : উচ্চতা; ∴ ঝাউগাছের উচ্চতা $= \frac{১৭০}{৩} \times \frac{৬}{১} \times \frac{২}{১৭} = \frac{১০ \times ২ \times ২}{১} = ৪০$ ফুট।

৪। একটী সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ২ ফুট ৬ ইঞ্চি; উহার উন্নতি কত?

প্রশ্নানুসারে ত্রিভুজটী সমবাহু বলিয়া উহার শীর্ষকোণ হইতে পাতিত লম্ব ভূমিকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিতেছে। অতএব প্রত্যেক খণ্ড = ১ ফুট, ৩ ইঞ্চি;

২ ফুট, ৬ ইঞ্চি = ৩০ ইঞ্চি; ১ ফুট, ৩ ইঞ্চি = ১৫ ইঞ্চি;

∴ উন্নতি $= \sqrt{\left\{(৩০)^২ - (১৫)^২\right\}} = \sqrt{(৯০০ - ২২৫)} = \sqrt{(৬৭৫)} = ২৫{\cdot}৯৮$ ইঞ্চি।

৩ উদাহরণমালা।

১। যদি একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ৫ ফুট হয়, এবং কর্ণের পরিমাণ ৭·০৭১ ফুট হয়, তবে যে বর্গক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ৪ ফুট, তাহার ভুজপরিমাণ কত হইবে?

উত্তর—২ ফুট ২০ ইঞ্চি।

২। চারি ফুট লম্বা একটী বাঁশের ছায়া যদি ৩ ফুট হয়,

তবে যে কীর্ত্তিস্তম্ভের ছায়ার পরিমাণ ১৫১½ ফুট, তাহার উচ্চতা কত? উত্তর—২০২ ফুট।

৩। ১০ ফুট লম্বা একগাছি যষ্টির ছায়া যদি ৭ ফুট হয়, তবে যে বাঁশের ছায়া ১৪০ ফুট, তাহার উচ্চতা কত?

উত্তর—২০০ ফুট।

৪। ৩½ হাত দীর্ঘ মানুষেব ছায়া ৫¼ হাত, আর একটী বাটীর ছায়া ৪৫ হাত, বাটীটী কত উচ্চ? উত্তর—৩০ হাত।

৫। **কখগ** ত্রিভুজের অভ্যন্তরে **খগ** ভুজের সহিত সমান্তর **ঘঙ** ঋজুরেখা টানা হইয়াছে, **ঘঙ** রেখা **কখ** ভুজকে **ঘ** বিন্দুতে এবং **কগ** ভুজকে **ঙ** বিন্দুতে কাটিতেছে, **কঘ**=৫ ইঞ্চি, **ঘঙ**=৪ ইঞ্চি, এবং **কখ**=৭ ইঞ্চি; **খগ** ভূমির পরিমাণ কত?

উত্তর—৫.৬ ইঞ্চি।

৬। ৩ ফুট লম্বা একগাছি লাঠী সোজা করিয়া দাঁড় করান আছে, উহার ছায়া ৪ ফুট ৬ ইঞ্চি লম্বা হইয়াছে; ৪৫ ফুট উচ্চ একটী বাঁশের ছায়া কত ফুট হইবে নির্ণয় কর।

উত্তর—৬৭½ ফুট।

৭। একটী দেশ দীর্ঘে ৫০০ মাইল, যে গজে ১ মাইলের স্থলে ⅛ ইঞ্চি ধরা হইয়াছে, এরূপ গজদ্বারা উক্ত দেশটী অঙ্কিত করিলে মানচিত্রের দৈর্ঘ্য কত হইবে? উত্তর—৫ফুট ২½ ইঞ্চি।

৮। ৫ম অঙ্কে যদি খগ=২০ ইঞ্চি, ঘঙ=১৬ ইঞ্চি, এবং খঘ=৩ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে খক ভুজের পরিমাণ কত হইবে?

উত্তর—৩০ ইঞ্চি।

৯। উক্ত অঙ্কে যদি ঘঙ=৭ হাত, খগ=১০ হাত এবং খঘ=২ হাত হয়, তাহা হইলে ঘক রেখার পরিমাণ কত হইবে?

উত্তর—৪⅔ হাত।

১০। একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের দুইটী সমান্তর ভুজের পরিমাণ ৮ ফুট ও ১৪ ফুট, ক্ষেত্রটীর মধ্য দিয়া উক্ত দুই সমান্তর ভুজের সহিত সমান্তর করিয়া আর দুইটী ঋজুরেখা এরূপে টানা হইয়াছে, যে চারিটী সমান্তর ঋজুরেখাই পরস্পর সমদূরবর্ত্তী হইয়াছে; ক্ষেত্রের অভ্যন্তরে যে দুইটী ঋজুরেখা টানা হইয়াছে, উহাদের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। উত্তর—১০ ফুট ও ১২ ফুট।

১১। ভূমি ৩ ফুট, এবং দুই ভুজ ক্রমশঃ ২৫ ও ৩৫ ফুট, এমত একটী ত্রিভুজ নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার লম্ব পরিমাণ নির্ণয় কর। উত্তর—২৪ ফুট ৬ ইঞ্চি।

১২। কোন সমবাহু অষ্টভূজাকার উদ্যানের প্রত্যেক ভুজের পরিমাণ ২০৩½ গজ, উহার পরস্পর অভিমুখীন প্রত্যেক ভুজের মধ্যস্থান সংযোগ দ্বারা যে চারিটী পথ উৎপন্ন হইয়াছে, সেই চারিটীর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কত? উত্তর—১৯৬৫·১৫৮৮ গজ।

১৩। দুইটী বাঁশ পরস্পর ৫ হাত দূরে আছে, একটী ১৫ হস্ত উচ্চ, ও অপরটী ১০ হস্ত উচ্চ; উভয়ের অগ্রভাগ সূত্রদ্বারা পরস্পরের মূলের সহিত সংযুক্ত করিলে, যে স্থলে সূত্রদ্বয়ের পরস্পর সম্পাত হইবে, তাহার উন্নতি কত? উত্তর—৬ হাত।

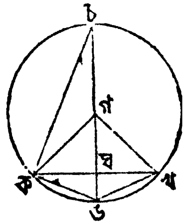
১৪। ১০ হাত ও ১৫ হাত দীর্ঘ দুইটী বাঁশ খাড়া করা আছে, উভয়ের অগ্রভাগ সূত্রদ্বারা উভয়ের মূলের সহিত সংযোগ করিলে সম্পাতস্থলের উন্নতি কত হইবে? উত্তর—৬ হাত।

তৃতীয় পরিচ্ছেদ।

বৃত্তক্ষেত্রের রৈখিক পরিমাণ-জ্যা, পরিধি ও ব্যাস, এবং চাপ বা ধনু।

প্রথম পাঠ—জ্যা।

বৃত্ত পরিধির যে কোন অংশের নাম ধনু, ধনুর উভয় প্রান্তকে ঋজুরেখা দ্বারা সংযুক্ত করিলে ঐ ঋজুরেখাকে উক্ত ধনুর জ্যা কহে। পার্শ্বস্থ প্রতিকৃতিতে **কখ** ঋজুরেখা **কচখ** ধনুর জ্যা, কিন্তু **কখ** ঋজুরেখা **কঙখ** ধনুর ও জ্যা।



যদি কোন নির্দ্দিষ্ট জ্যার সহিত সমকোণ করিয়া বৃত্তের ব্যাস টানা যায় তাহা হইলে জ্যা ও ধনু উভয়েই দুই সমান ভাগে বিভক্ত হইবে। মনে কর **গ** বিন্দু **কচখ** বৃত্তের কেন্দ্র, আর **কখ** জ্যার উপর **গঘ** লম্ব টানা হইয়াছে, এবং **গঘ** ঋজুরেখা উভয় দিকে বর্দ্ধিত হইয়া পরিধি স্পর্শ করিয়াছে; অর্থাৎ **কখ** জ্যার সহিত সমকোণ করিয়া **চঙ** ব্যাস টানা হইয়াছে; তাহা হইলে **ঘ** বিন্দু **কখ** জ্যার মধ্যবিন্দু, অর্থাৎ **কঘ=ঘখ**; এবং **ঙ** বিন্দু **কঙখ** ধনুর মধ্যবিন্দু, অর্থাৎ **কঙ** ধনু বা **ঙখ** ধনু **কঙগ** ধনুর অর্দ্ধেক, আর **কঙ** বা **ঙখ** ঋজুরেখা **কঙখ** ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা। ব্যাসদ্বারা বৃত্ত দুই সমান খণ্ডে বিভক্ত হয়, কিন্তু ব্যাস ব্যতীত যাবতীয় জ্যা

দ্বারা বৃত্তক্ষেত্র দুই বিষম খণ্ডে বিভক্ত হয়, জ্যাটীকে সচরাচর বৃত্তের খণ্ডদ্বয়ের মধ্যে ক্ষুদ্রতরের জ্যা বলা হইয়া থাকে, কিন্তু উহা প্রকৃতপ্রস্তাবে উভয়েরই জ্যা। ব্যাসকে জ্যা শব্দে নির্দ্দেশ করা পদ্ধতি নহে। কোন জ্যার সহিত সমকোণ করিয়া বৃত্তের ব্যাস টানিলে ঐ ব্যাসের যে অংশটী নির্দ্দিষ্ট জ্যা ও ধনু উভয়ের অন্তর্গত হয় তাহাকেনির্দ্দিষ্ট ধনুর উন্নতি বা শর কহে। এই চিত্রে ঘঙ ঋজুরেখা কঙখ্ ধনুর উন্নতি বা শর, আর ঘচ ঋজুরেখা কচখ ধনুর জ্যা।

বৃত্তের ব্যাস, ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি, ধনুর জ্যা ও ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা, এই চারিটী ঋজুরেখার পরস্পর এরূপ জ্যামিতিক সম্বন্ধ আছে, যে এই চারিটীর মধ্যে দুইটী নির্দ্দিষ্ট থাকিলে অপর দুইটী বাহির করিতে পারা যায়।

ঙচ ঋজুরেখা কচখ ত্রিভুজের ব্যাস বলিয়া ঙকচ কোণ একটী সমকোণ। (১ অধ্যায়—২ পরিচ্ছেদ—১৯ উপপাদ্য) আর কখ জ্যা ও চঙ ব্যাস পরস্পরের লম্বস্বরূপ, অতএব ১ম অধ্যায় ২য় পরিচ্ছেদ ২৬ উপপাদ্য অনুসারে ঙকচ ও ঙঘক পরস্পর সদৃশ ত্রিভুজ, এই জন্য ঙঘ: ঙক:: ঙক: ঙচ;

অর্থবা কঙঘ ও খঙঘ এই দুইটী ত্রিভুজ প্রত্যেকে সমকোণী ত্রিভুজ বলিয়া প্রত্যেকের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র প্রত্যেকের ভুজদ্বয়ের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র দ্বয়ের সমষ্টির সহিত সমান। (১ অং—২ পং—১৬ উপ) অতএব:—

(১) $ঙঘ \times ঙচ = ঙক \times ঙক$, অর্থাৎ $ঙক^2 = ঙঘ \times ঙচ$।

(২) $ঙঘ \times ঘচ = কঘ \times ঘখ$, অর্থাৎ $কঘ^2 = ঙঘ \times ঘচ$;

(কারণ $কঘ = ঘখ$)

(৩) $ঙক^2 = ঙচ \times \frac{1}{2} \left\{ ঙচ - \sqrt{(ঙচ^2 - কখ^2)} \right\}$

নিম্নলিখিত যুক্তি অনুসারে এই তিনটী প্রতিজ্ঞার যাথার্থ্য সপ্রমাণ হইবে।

(১) ঙক^{২} = ঙঘ × ঙচ; এস্থলে ঙক^{২} = কঘ^{২} + ঙঘ^{২}; কিন্তু কঘ^{২} = ঙঘ × ঘচ; অতএব ঙক^{২} = ঙঘ × ঘচ + ঙঘ^{২} = ঙঘ × (ঘচ + ঙঘ) = ঙঘ × ঙচ। (ঙচ = ঘচ + ঙঘ)

(২) কঘ^{২} = ঙঘ × ঘচ; এস্থলে কঘ^{২} = কগ^{২} — গঘ^{২} = ঙগ^{২} — গঘ^{২} = (ঙগ + গঘ) (ঙগ — গঘ) = ঘচ × ঙঘ। (ঙগ + গঘ = ঘচ; এবং ঙগ — গঘ = ঙঘ)

(৩) ঙক^{২} = ঙচ × $\frac{১}{২}$ $\{$ ঙচ — $\sqrt{}$ (ঙচ^{২} — কখ^{২}); $\}$ এস্থলে ঙঘ = কগ — গঘ, = কগ — $\sqrt{}$ (কগ^{২} — কঘ^{২}) = $\frac{১}{২}$ $\{$ ঙচ — $\sqrt{}$ (ঙচ^{২} — কখ^{২}) $\}$ অতএব ঙক^{২} = ঙচ × $\frac{১}{২}$ $\{$ ঙচ — $\sqrt{}$ (ঙচ^{২} — কখ^{২}). $\}$

এই কয়েকটী প্রতিজ্ঞার সাহায্যে নিম্নলিখিত নিয়মগুলি উদ্ভাবিত হইতেছে।

১ম। ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি, এবং উক্ত ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, বৃত্তটীর ব্যাস পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার বর্গ করিয়া ঐ বর্গকে সমগ্র ধনুর নির্দ্দিষ্ট শর অর্থাৎ উন্নতিদ্বারা ভাগ কর; ভাগফল বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ হইবে।

উদাহরণ।

(১) কোন ধনুর শর ৪ ইঞ্চি, এবং ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ১২ ইঞ্চি; সমগ্র বৃত্তটীর ব্যাস পরিমাণ নির্ণয় কর।

সূত্রানুসারে চাপার্দ্ধের জ্যার বর্গ = ১২ × ১২; অতএব সমবৃত্তের ব্যাস = $\frac{১২ \times ১২}{৪}$ = ৩৬। ∴ ব্যাস = ৩৬ ইঞ্চি।

(২) ধনুর শর ১ ফুট ৪ ইঞ্চি, ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৪ ফুট; বৃত্তের ব্যাস কত ?

নিয়মানুসারে $\frac{৪\times৪}{১\frac{১}{৩}}=৪\times৪\times\frac{৩}{৪}=১২$; অতএব ব্যাস ১২ ফুট।

উপরি উক্ত নিয়মের যুক্তি। উপরে যে তিনটী প্রতিজ্ঞা সূত্রাকারে সংস্থাপিত হইয়াছে, সেই কয়েকটী বিশেষরূপে আয়ত্ত থাকিলে নিম্নলিখিত সমুদয় নিয়মের মর্ম্ম বুঝা অতিশয় সহজ হইবে। ফলতঃ ঐ তিনটী সূত্র অনুসারে এই পাঠের সমুদয় অঙ্কই কসিতে পারা যায়। নিয়মগুলি উক্ত সূত্রত্রয়ের রূপান্তর মাত্র। প্রথম অঙ্কটী কিরূপে উক্ত সূত্রের তাৎপর্য্যানুসারে কসা যায় তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

(১) ধনুর শর = ৪ ইঞ্চি, উহার অর্দ্ধেকের জ্যা = ১২ ইঞ্চি, সমগ্র বৃত্তটীর ব্যাস কত ?

দ্বিতীয় প্রতিজ্ঞাটী এই $ঙক^২ = ঙঘ \times ঙচ$, এস্থলে $ঙক^২ = ১২\times১২ = ১৪৪$; আর $ঙঘ = ৪$ ইঞ্চি সুতরাং $ঙচ = \frac{ঙক^২}{ঙঘ}$ অর্থাৎ ব্যাস $= \frac{১২\times১২}{৪} = ৩৬$ ইঞ্চি। নিম্নে যতগুলি নিয়ম লিখিত হইবে, তৎসমুদয়গুলিই এই প্রকারে ব্যাখ্যাত হইতে পারিবে।

২য়। ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা, এবং সমগ্র বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার বর্গ করিয়া ঐ বর্গকে নির্দ্দিষ্ট ব্যাসপরিমাণ দ্বারা ভাগ কর; ভাগফল সমগ্র ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি হইবে।

উদাহরণ।

(১) ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ১২ ইঞ্চি, এবং সমগ্র বৃত্তের ব্যাস ৩৬ ইঞ্চি, সমগ্র ধনুর শর বা উন্নতি কত হইবে ?

সূত্রানুসারে $\frac{১২ \times ১২}{৩৬} = ৪$; অতএব ব্যাসপরিমাণ = ৪ ইঞ্চি,

(ঙক^২ = ঙঘ × ঙচ)

(২) ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৪ ফুট, এবং সমগ্রবৃত্তের ব্যাস ১২ ফুট, সমগ্র ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি কত?

সূত্রানুসারে $\frac{৪ \times ৪}{১২} = \frac{৪}{৩} = ১\frac{১}{৩}$; অতএব ধনুর শর = $১\frac{১}{৩}$ ফুট।

(ঙক^২ = ঙঘ × ঙচ)

৩য়। ধনুর শরপরিমাণ ও সমগ্র বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট ব্যাসপরিমাণকে ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি-দ্বারা গুণ কর, এবং গুণফলের বর্গমূল নিষ্কাশন কর, ঐ বর্গ মূল ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ।

(১) ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি ৪ ইঞ্চি, ও সমগ্র বৃত্তের ব্যাস ৩৬ ইঞ্চি, ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ কত?

সূত্রানুসারে ৩৬ × ৪ = ১৪৪ ; $\sqrt{}$(১৪৪) = ১২ ; অতএব ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা = ১২ ইঞ্চি।

(ঙক^২ = ঙঘ × ঙচ)

(২) ধনুর শর $১\frac{১}{৩}$ ফুট, ও বৃত্তের ব্যাস ১২ ফুট, ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা কত?

সূত্রানুসারে $\frac{৪}{৩}$ × ১২ = ১৬ ; $\sqrt{}$(১৬) = ৪ ; অতএব ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা = ৪ ফুট।

৪র্থ। ধনুর জ্যাপরিমাণ, ও উন্নতি বা শর নির্দ্দিষ্ট আছে, সমগ্র বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট জ্যার অর্দ্ধেকের বর্গকে জ্যার শর অর্থাৎ উন্নতি দ্বারা ভাগ কর, ভাগফল আবশ্যক ব্যাসের অবশিষ্ট অংশ

হইবে, অতএব উক্ত ভাগফল ও নির্দ্দিষ্ট শর এই উভয় একত্র যোগ করিলে সমষ্টি সমগ্র ব্যাসের পরিমাণ হইবে।

যুক্তি, কঘ^{২} = ঙঘ × ঘচ, কঘ = ধনুর জ্যার অর্দ্ধেক। ঙঘ = ধনুর শর; ঘচ = ব্যাস—শর। অতএব ব্যাস অর্থাৎ

$$ঙচ = \frac{কঘ^{২}}{চঘ} + চঘ।$$

উদাহরণ।

(১) ধনুর জ্যা ৮ ফুট; ধনুর শর ২ ফুট; বৃত্তের ব্যাস কত?

নিয়মানুসারে জ্যার অৰ্দ্ধেক = ৪, ∴ $\frac{৪×৪}{২}$ = ৮; অতএব ব্যাস—ধনু = ৮; ∴ ব্যাস = ৮ + ২ = ১০ ফুট।

(২) জ্যা = ২১ ফুট; জ্যার উন্নতি = ৪ ফুট; বৃত্তের ব্যাস কত?

নিয়মানুসারে জ্যার অর্দ্ধেক = ১০½ = ১০·৫; ∴ $\frac{১০.৫×১০.৫}{৪}$ = ১৭·৫৬২৫; = ব্যাস—শর। ∴ ব্যাস = ২৭·৫৬২৫ + ৪ = ৩১·৫৬২৫

৫ম। ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি এবং বৃত্তের ব্যাস নির্দ্দিষ্ট আছে, ধনুর জ্যা পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। জ্যাদ্বারা বৃত্তের ব্যাস যে দুই অংশে বিভক্ত হইতেছে, অর্থাৎ ধনুর উন্নতি ও ব্যাসের অবশিষ্ট অংশ এই উভয়কে পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলকে বর্গমূল নিষ্কাশন কর। বর্গমূলের দ্বিগুণ করিলে অভীষ্ট জ্যার পরিমাণ পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ।

(১) জ্যার উন্নতি ৯ ফুট, এবং বৃত্তের ব্যাস ২৫ ফুট; জ্যার পরিমাণ কত?

ঙঘ × ঘচ = কঘ^{২}; এস্থলে ঙঘ = ৯, ঙচ = ২৫;

∴ ঘচ = ঙচ—ঙঘ = ২৫—৯ = ১৬;

∴ কঘ, অর্থাৎ জ্যার অর্দ্ধ $=\sqrt{}$(ঙঘ×ঘচ) $=\sqrt{}$(৯×১৬) $=\sqrt{}$(১৪৪) $=$ ১২

∴ ঙচ অর্থাৎ ব্যাস = ২ কঘ = ২ × ১২ = ২৪।

(২) জ্যার উন্নতি ২ ফুট, এবং বৃত্তের ব্যাস ৫২ ফুট; জ্যার পরিমাণ কত?

ঙঘ × ঘচ = কঘ²; ঙঘ = ২, ঘচ = ৫২—২ = ৫০;

∴ কঘ $=\sqrt{}$(২ × ৫০) $=\sqrt{}$(১০০) = ১০; ∴ জ্যা = ২ × ১০ = ২০

৬ষ্ঠ। ধনুর জ্যা ও সমগ্র বৃত্তের ব্যাস, এই উভয়ের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে; ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট ব্যাসের অর্দ্ধেকের বর্গ হইতে নির্দ্দিষ্ট জ্যার অর্দ্ধেকের বর্গ বাদ দেও; বাদ দিয়া যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহার বর্গ মূলকে ব্যাসার্দ্ধ হইতে বাদ দেও, যাহা অবশিষ্ট থাকিবে তাহাই নির্ণেয় উন্নতি।

যুক্তি। এই পরিচ্ছেদের আরম্ভে যে প্রতিকৃতি আছে, তাহা দেখ। এই স্থলে কগ $=\frac{\text{ব্যাস}}{২}$, এবং কঘ $=\frac{\text{জ্যা}}{২}$; কিন্তু ব্যাস ও জ্যা জানা আছে, সুতরাং কগ ও কঘ এই দুইটীও জানা আছে। এক্ষণে কগঘ সমকোণী ত্রিভুজে কঘ² = কগ²—কঘ²; = (কগ + কঘ) (কগ—কঘ);

গঘ $=\sqrt{(\text{কগ}+\text{কঘ})(\text{কগ}-\text{কঘ})}$; ∴ ঙঘ $=\frac{\text{ঙচ}}{২}$ অর্থাৎ $\frac{\text{ব্যাস}}{২}$—গঘ $=\frac{\text{ঙচ}}{২}\times\sqrt{(\text{কগ}\times\text{কঘ})(\text{কগ}-\text{কঘ})}$,

উদাহরণ।

(১) জ্যা ২৪ ফুট, ও ব্যাস ২৫ ফুট ; ধনুর উন্নতি কত ? এস্থলে কগ $=$ ১২$\frac{১}{২}$ ফুট, ও কঘ $=$ ১২ ফুট।

$\therefore$ (১২$\frac{১}{২}$ $+$ ১২) (১২$\frac{১}{২}$ — ১২) $=$ ২৪$\frac{১}{২}$ $\times$ $\frac{১}{২}$ $=$ $\frac{৪৯}{৪}$; $\sqrt{(\frac{৪৯}{৪})}$ $=$ $\frac{৭}{২}$ $=$ ৩$\frac{১}{২}$; ১২$\frac{১}{২}$ — ৩$\frac{১}{২}$ $=$ ৯ ; $\therefore$ ঙঘ অর্থাৎ উন্নতি $=$ ৯ ফুট।

(২) জ্যা $=$ ২০ ফুট, ব্যাস $=$ ৫২ ফুট, ক্ষুদ্রতর ও বৃহত্তর প্রত্যেক প্রকারের ধনুর উন্নতি কত ?

এস্থলে কঘ $=$ ১০ ফুট, কগ $=$ ২৬ ফুট ; অতএব
(২৬ $+$ ১০) (২৬ — ১০) $=$ ৩৬ $\times$ ১৬ $=$ ৫৭৬ ; $\sqrt{}$ ৫৭৬ $=$ ২৪ ;

$\therefore$ গঘ $=$ ২৪ ; $\therefore$ ঙঘ $=$ ২৬ — ২৪ $=$ ২ ; অতএব ক্ষুদ্রতর ধনুর উন্নতি $=$ ২ ফুট।

আর বৃহত্তর ধনুর উন্নতি $=$ $\frac{\text{ব্যাস}}{২}$ $+$ গঘ $=$ ২৬ $+$ ২৪ $=$ ৫০ ফুট।

৭ম। ধনুর জ্যা ও বৃত্তের ব্যাস, এই উভয়ের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে ; ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। (ক) ৬ষ্ঠ নিয়ম অনুসারে ধনুর উন্নতি নির্ণয় কর, পরে নির্দ্দিষ্ট জ্যার অর্দ্ধেকের বর্গ ও ধনুর বর্গ এই উভয় পরস্পর সংযোগ কর, করিয়া সমষ্টির বর্গমূল নিষ্কাশন কর। ঐ বর্গমূল নির্ণেয় রাশি অর্থাৎ ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা হইবে।

(খ) নিয়মান্তর ব্যাসের বর্গ হইতে জ্যার বর্গ অন্তর কর, করিয়া যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহার বর্গমূলকে ব্যাস হইতে অন্তর কর, এবং যাহা অবশিষ্ট থাকিবে তাহার অর্দ্ধেককে ব্যাস দ্বারা গুণ কর, এবং গুণফলের বর্গমূল নিষ্কাশন কর, ঐ বর্গমূল অভীষ্ট রাশি হইবে।

'উদাহরণ।

(১) জ্যার পরিমাণ ১৪ ইঞ্চি, বৃত্তের ব্যাস ৫০ ইঞ্চি; ধনুর অৰ্দ্ধেকের জ্যা পরিমাণ কত?

এস্থলে কগ = ২৫; কঘ = ৭; অতএব সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মানুসারে গঘ=২৪, ∴ ঙঘ = ২৫—২৪ = ১ = ধনুর উন্নতি; অতএব নিয়মানুসারে কঙ = $\sqrt{}$(৭^{২} + ১^{২})= $\sqrt{}$(৫০)=৭·০৭১০; [৪ দশমিক স্থান পর্য্যন্ত]

(২) ধনুর জ্যা = ২০ ফুট, বৃত্তের ব্যাস=৫২ ফুট; ধনুর অৰ্দ্ধেকের জ্যা কত?

এস্থলে কঘ=১০; ঙঘ=২, [৬ষ্ঠ নিয়মানুসারে]

∴ কঙ^{২} = ১০^{২} + ২^{২} = ১০০ + ৪ = ১০৪; ∴ কঙ= $\sqrt{}$[১০৪ = ১০·১৯৪; ∴ নির্ণেয় জ্যা=১০·১৯৪·

অথবা (খ) নিয়ম অনুসারে।

ঙক^{২}=ঙচ×½ { ঙচ—$\sqrt{}$(ঙচ^{২}—কখ^{২}) }

অর্থাৎ ঙক^{২} = ৫২ = ½ (৫২—৪৮) – ১০৪ ∴ ঙক = ১০·১৯৮

৮ম। ধনুর অৰ্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ ও বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, সমগ্র মনুর জ্যা পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। প্রথমতঃ দ্বিতীয় নিয়ম অনুসারে ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ নির্ণয় কর, পরে সমকোণী ত্রিভুজের নিয়ম অনুসারে সমগ্র ধনুর জ্যার অৰ্দ্ধেক নির্ণীত হইবে। ইহাকে দ্বিগুণ করিলেই সমগ্র ধনুর জ্যা পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ।

(১) একটী ধনুর অৰ্দ্ধেকের জ্যা ১২ ইঞ্চি, ও সমগ্র বৃত্তের ব্যাস ৩৬ ইঞ্চি, সমগ্র ধনুর জ্যা পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

এস্থলে কঙ = ১২; ঙচ = ৩৬; দ্বিতীয় নিয়মানুসারে শর ঙঘ = $\frac{১২ \times ১২}{৩৬}$ = ৪; ∴ কঘ^{২}=কঙ^{২}—ঙঘ^{২}=১২^{২}—৪২=১৪৪—

১৬=১২৮ ; ∴ কঘ=$\sqrt{}$(১২৮)=১১.৩১৪ ; ∴ কখ=২×১১.৩১৪=২২.৬২৮।

(২) ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ১৩৬ ইঞ্চি, ও সমগ্র বৃত্তের ব্যাস ২৮৯ ইঞ্চি ; সমগ্র ধনুর জ্যার পরিমাণ কত ?

কঙ=১৩৬ ; ঙচ=২৮৯ ; ∴ ঙঘ=$\frac{\text{১৩৬}^{\text{২}}}{\text{২৮৯}}$=১৮৪৯৬÷২৮৯=৬৪=শর। আবার কঘ^{২}=কঙ^{২}—ঙঘ^{২}=১৩৬^{২}—৬৪^{২}=১৪৪০০ ; ∴ কঘ=$\sqrt{}$(১৪৪০০)=১২০ ; ∴ জ্যা=২ কঘ=১২০×২=২৪০·

৯ম। ধনুর জ্যা, ও ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা এই উভয়ের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে ; সমগ্র বৃত্তের ব্যাস পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। প্রথমতঃ সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মানুসারে নির্দ্দিষ্ট ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতির পরিমাণ নির্ণয় কর ; পরে এই পরিচ্ছেদের প্রথম নিয়মানুসারে সমগ্র বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্ণয় কর।

উদাহরণ।

(১) ধনুর জ্যা ৪৮ ইঞ্চি, ও ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ২৬ ইঞ্চি, বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর।

এস্থলে কঘ=২৪ ; কঙ=২৬ ; অতএব ঙঘ^{২}=কঙ^{২}—কঘ^{২} =২৬^{২}—২৪^{২}=৬৭৬—৫৭৬ ; ∴ ঙঘ=$\sqrt{}$(১০০)=১০ ;

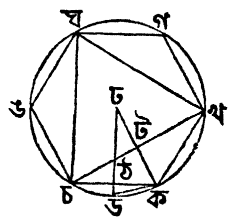
পরে প্রথম নিয়মানুসারে ব্যাস ঙচ=$\frac{\text{কঙ}^{\text{২}}}{\text{ঙঘ}}=\frac{\text{২৬}^{\text{২}}}{\text{১০}}=\frac{\text{৬৭৬}}{\text{১০}}$ =৬৭.৬ ইঞ্চি।

(২) ধনুর জ্যা ২০ ইঞ্চি, উহার অর্দ্ধেকের জ্যা ১০.৫ ইঞ্চি, সমগ্র বৃত্তের ব্যাস কত ?

এস্থলে কঘ = ১০, কঙ = ১০.৫ ; সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মানুসারে ঙঘ $=\sqrt{(১০.২৫)}=$ ৩.২০১৫ ; পরে ঙচ $=\frac{১০.৫\times১০.৫}{৩.২০১৫}=$ ৩৪.৪৩৭ ; নির্ণেয় ব্যাস = ৩৪.৪৩৭ ইঞ্চি।

বিবিধ উদাহরণ।

১। বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ নির্ণয় কর।



একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। যদি প্রত্যেককে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান করিয়া **খক, খগ, গঘ** প্রভৃতি জ্যা অঙ্কিত করা যায়, তাহা হইলে দেখিতে পাওয়া যাইবে, যে সমগ্র পরিধিতে এইরূপ ছয়টী মাত্র জ্যা টানা যাইতে পারে, অর্থাৎ বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সম ষড়্ভুজ ক্ষেত্রের প্রত্যেক ভুজ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান হইবে।

চখ, খঘ, ও **ঘচ** এই তিনটী ঋজুরেখা টান। **ঘচখ** একটী সমবাহু ত্রিভুজ হইবে। মনে কর বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ ইঞ্চি পরিমাণ। **চখ** ভুজের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

মনে কর **ঢ** বিন্দু বৃত্তের কেন্দ্র। **ঢক** ঋজুরেখা টান, **ঢক** রেখা **চখ** রেখাকে **ট** বিন্দুতে ছেদ করিতেছে।

কট $=\frac{১}{২}$ (৮ম নিয়ম) ; অতএব **খট** $=\sqrt{\frac{৩}{৪}}=\frac{১}{২}\times\sqrt{৩}$; অতএব **খচ** $=\sqrt{৩}$; সাত দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ধরিলে **খচ** = ১.৭৩২০৫০৮; অতএব বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজের ভুজ = ১.৭৩২০৫০৮।

২। বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সম দ্বাদশভুজ ক্ষেত্রের ভুজ পরিমাণ কত ?

উপরিস্থ প্রতিকৃতিতে মনে কর ঢঠ ঋজুরেখা কচ ঋজুরেখার লম্বস্বরূপ। ঢঠ ঋজুরেখাকে বর্দ্ধিত করিয়া ড বিন্দুতে পরিধির সহিত মিশাইয়া দেও। কড সংযুক্ত কর, তাহা হইলে কড ঋজুরেখা উল্লিখিত প্রকার দ্বাদশভুজের অন্যতম ভুজ হইবে। ৭ম নিয়ম অনুসারে = কঠ = $\frac{১}{২}$; ঢক = ১ ; ∴ ঢঠ = $\frac{১}{২}\times\sqrt{৩}$ = ·৮৬৬০২৫৪ ; ∴ ঠড = ·১৩৩৯৭৪৬। অতএব কড = $\sqrt{(·২৬৭৯৪৯২)}$ = ·৫১৭৬৪।

অতএব বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সম দ্বাদশভুজের ভুজপরিমাণ = ·৫১৭৬৪ ইঞ্চি।

---

৪ উদাহরণমালা।

১। ধনুর শর ১৫ ইঞ্চি, ও ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৪ ফুট, ৬ ইঞ্চি ; বৃত্তের ব্যাস কত ? (উত্তর ১৬·২ ফুট)

২। শর ২·২৮ ফুট, আর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৭·১৫ ফুট, বৃত্তের ব্যাস পরিমাণ কত ? উত্তর ২৫·৯৮ ইঞ্চি)

৩। ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৬৪৩ ফুট, আর বৃত্তের ব্যাস ২৩·৬৫ ফুট, ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি কত ? (উত্তর ৫$\frac{১}{২}$ ইঞ্চি)

৪। শর ১ ফুট ৩ ইঞ্চি, ও ব্যাস ১১ ফুট ৩ ইঞ্চি ; ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা কত ? (উত্তর ৩ ফুট, ৯ ইঞ্চি)

৫। জ্যা ২০ ফুট, ও শর ৪ ফুট ; ব্যাস পরিমাণ কত ? (উত্তর ২৯ ফুট)

৬। জ্যা ১৫ ইঞ্চি, ও ব্যাস ২০ ইঞ্চি ; ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা কত ? (উত্তর ৮·২৩)

৭। ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ২ ফুট ৬ ইঞ্চি, বৃত্তের ব্যাস ৪ফুট ২ ইঞ্চি ; সমগ্র ধনুর জ্যা কত হইবে? (উত্তর ৪ ফুট)

৮। সমগ্র ধনুর জ্যা ১২ গজ, আর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ১৯ ফুট ৬ ইঞ্চি ; বৃত্তের ব্যাস কত? (উত্তর ৫০·৭ ফুট)

৯। ধনুর জ্যা ৫৪, ও শর ১২ ; ব্যাস কত হইবে?

(উত্তর ৭২$\frac{৩}{৪}$)

১০। ধনুর শর অর্থাৎ উন্নতি ৩ ইঞ্চি, আর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৬ ইঞ্চি ; সমগ্র ধনুর জ্যা পরিমাণ কত? (উত্তর ১০·৩৯২৩)

১১। জ্যা ৪২, শর ৩$\frac{১}{২}$; বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত? (উত্তর ৬৪$\frac{৩}{৪}$)

১২। কোন বৃত্তের ব্যাস ১১৩, আর ধনুর জ্যা ১৫ ; উক্ত ধনুর দ্বিগুণের জ্যা কত হইবে? (উত্তর ২৯$\frac{৮৩}{১১৩}$)

১৩। বৃত্তের ব্যাস ১১০·৮, আর উহার পরিধি ৪৬ পরিমিত একটী জ্যা দ্বারা দুইটী ধনুতে বিভক্ত হইয়াছে ; ক্ষুদ্রতর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা কত? (উত্তর ২৩·৫৩৭২)

১৪। ৭২০ পরিমিত একটী জ্যা দ্বারা কোন বৃত্তের পরিধি দুই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে উহার ব্যাস ১৬৮১ ; ক্ষুদ্রতর ধনুর উন্নতি, ও বৃহত্তর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা নির্ণয় কর।

(উত্তর—শর ৮১, ও জ্যা ১৬৪০)

১৫। ব্যাস ১৬৯ এরূপ একটী বৃত্তের পরিধি ১২০ পরিমিত একটী জ্যা দ্বারা দুই ভাগে বিভক্ত হইয়াছে ; ক্ষুদ্রতর ধনুর চতুর্থাংশের জ্যা কত হইবে? (উত্তর ৩৩·১৪৩৬)

দ্বিতীয় পাঠ—পরিধি ও ব্যাস।

বৃত্তের ব্যাস ও পরিধি এই উভয়ের পরস্পর অনুপাত অর্থাৎ সম্বন্ধ সংখ্যা দ্বারা অবিকল প্রকাশ করা যায় না, যতই চেষ্টা

করা যায় আমাদের ব্যবহৃত সংখ্যা ক্রমে ক্রমে প্রকৃত সংখ্যার দিকে ধাবমান হইয়া উহার প্রত্যাসন্ন হইতে পারে, কিন্তু কখনই উহার সহিত একীভূত হইতে পারে না, সর্ব্বদাই প্রকৃত সংখ্যা অপেক্ষা কিঞ্চিৎ ন্যূন বা কিঞ্চিৎ অধিক থাকে। ব্যাস ও পরিধির পরস্পর অনুপাত সম্বন্ধে এই তথ্যটী পাঠার্থীর পক্ষে বিশেষরূপে বুঝিয়া রাখা নিতান্ত আবশ্যক। ব্যাস ও পরিধির পরস্পর সম্বন্ধনিম্নলিখিত প্রকারে প্রকাশ করা যাইতে পারে।

২২ এই রাশির সহিত ৭ এই রাশির যে অনুপাত, প্রত্যেক বৃত্তের পরিধির সহিত উহার ব্যাসের প্রায় সেই অনুপাত। উভয়ের পরস্পর অনুপাত প্রকৃত সংখ্যার আরও অধিক নিকটে পৌঁছিবার প্রয়োজন হইলে অনুপাতটী এইরূপে প্রকাশ করা উচিত। যথা :—৩·১৪১৬ এই রাশির সহিত, ১ এই রাশির যে অনুপাত, অথবা ৩৫৫ এই রাশির সহিত, ১১৩ এই রাশির যে সম্বন্ধ, অথবা ৩·১৪১৫৯২৬৫ এই রাশির সহিত ১ এই রাশির যে সম্বন্ধ, বৃত্তক্ষেত্রের পরিধির সহিত উহার ব্যাসের প্রায় সেই সম্বন্ধ। অনুপাতের আকারে প্রকাশ করিতে হইলে ব্যাস ও পরিধির পরস্পর অনুপাত নিম্নলিখিতরূপে প্রকাশ করিতে হইবে। মনে কর ব্যাস = ব ; ও পরিধি = প ; তাহা হইলে ব : প :: ৭ : ২২ ; অথবা ব : প :: ১ : ৩·১৪১৬ ; অথবা ব : প :: ১১৩ ; ৩৫৫ ; অথবা ব : প :: ১ : ৩·১৪১৫৯২৬৫। কার্য্যের সময় ব : প :: ১ : ৩·১৪১৬ এই অনুপাতটীই সর্ব্বদা ব্যবহৃত হইয়া থাকে, এবং ইহাতে ফলবিষয়ে অতিরিক্ত ন্যূনাধিক্য হয় না।

কি হেতু উপরি উক্ত প্রকারে ব্যাস ও পরিধির পরস্পর অনুপাত প্রকাশ করা যায়, এবং কি প্রক্রিয়া অনুসারেই বা

উক্ত অনুপাত পাওয়া গিয়াছে, এই দুইটী বিষয় সুকুমারমতি পাঠার্থীদিগের হৃদয়ঙ্গম করা সহজ কার্য্য নহে। নিম্নে যথাসম্ভব চেষ্টা করা যাইতেছে।

মনে কর একটী বৃত্তের অভ্যন্তরে একটী সমবাহু ষড়্‌ভুজ অঙ্কিত করা হইল। পূর্ব্বে সপ্রমাণ হইয়াছে যে বৃত্তের অভ্যন্তরে অঙ্কিত সমবাহু ষড়্‌ভুজের প্রত্যেক বাহু উহার ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান। যদি বৃত্তের ব্যাসকে ২ মনে করা যায়, তাহা হইলে উক্তরূপে ষড়্‌ভুজের বাহু, অর্থাৎ বৃত্তের পরিধির ষষ্ঠাংশ ১ হইবে। যদি উক্ত বৃত্তের অভ্যন্তরে একটী সমবাহু দ্বাদশভুজ অঙ্কিত করা যায়, তাহা হইলে উহার বাহু ও পরিধির ষষ্ঠাংশের অর্দ্ধেক অর্থাৎ দ্বাদশাংশের জ্যা ১ম পাঠের ৩ সূত্রানুসারে নির্ণয় করিতে পারা যায়—সূত্রটি এই $জ^২ = ব \times \frac{১}{২}[ব - \sqrt{(ব^২ - জ^২)}]$ এই সূত্রে "জ" বলিতে নির্ণেয় জ্যা, অর্থাৎ বৃহত্তর জ্যার ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা, আর "জ" বলিতে বৃহত্তর ধনুর জ্যা অর্থাৎ পরিধির ষষ্ঠাংশের জ্যা, যাহা বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান, অথবা উল্লিখিত সূত্র দ্বারা নির্ণীত ইহার স্থানীয় অন্যান্য জ্যা, ও "ব" বলিতে বৃত্তের ব্যাস। যদি ব্যাস ২ হয়, তাহা হইলে সূত্রটী এইরূপ হইবে, যথাঃ—$জ^২ = ২ - \sqrt{(৪ - জ^২)}$; এক্ষণে যদি বৃত্তপরিধির ষষ্ঠাংশের জ্যা ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান বলিয়া ১ হয়, তাহা হইলে সূত্রানুসারে পরিধির দ্বাদশাংশের জ্যা $\sqrt{২ - \sqrt{৩}}$ হইবে, আবার এই রাশিকে "জ" ধরিলে পরিধির ২৪শ অংশ $\sqrt{২ - \sqrt{২} \times \sqrt{৩}}$ হইবে। এইরূপে প্রত্যেক নির্ণীত জ্যার ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা বাহির করা যাইতে পারে। এইরূপে ক্রমাগত ধনুকে দুই সমান অংশে বিভক্ত করিয়া এক অংশের

জ্যা নির্ণয় করিতে থাকিলে জ্যার পরিমাণগুলি ক্রমশঃ উহাদের ধনুর পরিমাণের সহিত প্রায় সমান হইতে থাকিবে, অর্থাৎ এই-রূপে অগ্রসর হইতে থাকিলে ক্রমশঃ দেখিতে পাওয়া যাইবে যে, যে রাশিদ্বারা কোন অতি ক্ষুদ্র ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা প্রকাশিত হয়, উহা যে রাশিদ্বারা উক্ত সমগ্র ধনুর জ্যা পরিমাণ প্রকাশিত হয়, তাহার অর্দ্ধেকের সহিত প্রায় সমান হইতে থাকিবে। নিম্ন-লিখিত তালিকা দেখিলে এই বিষয়টী বুঝিতে পারা যাইবে।

যদি ব্যাসার্দ্ধ ১ হয়, তাঁহা হইলে নিম্নলিখিত জ্যা গুলি নিম্ন-লিখিত প্রকার হইবে।

পরিধির	৬	ভাগের	১	ভাগের	জ্যা	...	১·০০০০০০০০০০০০
"	১২	"	"	"	"	...	·৫১৭৬৩৮০৯০২০
"	২৪	"	"	"	"	...	·২৬১০৫২৩৮৪৪৪
"	৪৮	"	"	"	"	...	·১৩০৮০৬২৫৮৪৬
"	৯৬	"	"	"	"	...	·০৬৫৪৩৮১৬৫৬৪
"	১৯২	"	"	"	"	...	·০৩২৭২৩৪৬৩২৫
"	৩৮৪	"	"	"	"	...	·০১৬৩৬২২৭৯২১
"	৭৬৮	"	"	"	"	...	·০০৮১৮১২০৮০৫
"	১৫৩৬	"	"	"	"	...	·০০৪০৯০৬১২৫৮
"	৩০৭২	"	"	"	"	...	·০০২০৪৫৩০৭৩৬
"	৬১৪৪	"	"	"	"	...	·০০১০২২৬৫৩৮১
"	১২২৮৮	"	"	"	"	...	·০০০৫১১৩২৬৯২
"	২৪৫৭৬	"	"	"	"	...	·০০০২৫৫৬৬৩৪৬

এই তালিকার সর্ব্বশেষের জ্যার পরিমাণবাচী রাশিটী একা-দশ দশমিক স্থানপর্য্যন্ত উহার পূর্ব্ববর্ত্তী জ্যার অর্দ্ধেকের সহিত সমান ইহা স্পষ্টই দেখা যাইতেছে, অতএব এরূপ নির্দ্দেশ করা যাইতে পারে যে, যদি বৃত্তের ব্যাস ২ হয় তাহা হইলে উহার পরিধির ২৪৫৭৬ ভাগের এক ভাগ অর্থাৎ বৃত্তের ২৪৫৭৬ ভাগের ১ ভাগ পরিমিত ধনু দৈর্ঘ্যে একাদশ দশমিক স্থান পর্য্যন্ত উক্ত

ধনুর জ্যার সহিত সমান হইবে। অতএব ব্যাস ২ হইলে পরিধির ২৪৫৭৬ ভাগের ১ ভাগ = ·০০০২৫৫৬৬৩৪৬; অতএব সমগ্র পরিধি = ২৪৫৭৬ × ·০০০২৫৫৬৬৩৭ = ৬·২৮৩১৮৫২। অতএব যদি বৃত্তের ব্যাস ১ হয়, তাহা হইলে, উহার পরিধি $\frac{৬.২৮৩১৮৫২}{২}$ অর্থাৎ ৩·১৪১৫৯২৬ হইবে। উপসংহারে সমুদয় বৃত্তক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ বলিয়া সাধারণ্যে এরূপ নির্দ্দেশ করা যাইতে পারে যে, বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি উহার ব্যাসের ৩·১৪১৫৯২৬ গুণ অর্থাৎ পরিধি = ব্যাস × ৩·১৪১৫৯২৬। নিম্নলিখিত নিয়মগুলি এই যুক্তি অনুসারে কল্পিত হইয়াছে।

১। বৃত্তের ব্যাস পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার পরিধির পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট ব্যাসপরিমাণকে ৩$\frac{১}{৭}$ অর্থাৎ $\frac{২২}{৭}$ দিয়া গুণ কর, করিলে গুণফল বৃত্তের পরিধিপরিমাণ হইবে। [ব্যাসকে $\frac{২২}{৭}$ দিয়া গুণ করিতে হইলে উহাকে ২২ দিয়া গুণ করিয়া গুণফলকে ৭ দিয়া ভাগ দিতে হয়] এই নিয়ম অনুসারে প্রক্রিয়া করিলে যে ফল পাওয়া যাইবে, উহা পরিধির প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা কিঞ্চিৎ অধিক, কারণ বৃত্তের পরিধি উহার ব্যাসের ৩$\frac{১০}{৭০}$ অপেক্ষা কিঞ্চিৎ অধিক, এবং ৩$\frac{১০}{৭১}$ অপেক্ষা কিঞ্চিৎ ন্যূন। অতএব গণনায় অধিকতর সূক্ষ্মতার প্রয়োজন হইলে নির্দ্দিষ্ট ব্যাসপরিমাণকে ৩·১৪১৬ দিয়া গুণ কর, করিলে গুণফল অভীষ্ট পরিধি হইবে। (ইহাতে ও পরিধির অবিকল পরিমাণ পাওয়া যাইবে না, তবে যাহা ভুল থাকিবে তাহা অতি যৎসামান্য; ফলে ১৯০০ মাইলে ১ ফুট অপেক্ষা ভুল হইবে না।)

উদাহরণ।

[১] একটী বৃত্তের ব্যাস ৪ফুট ১ইঞ্চি; উহার পরিধি কত হইবে?

৪ ফুট ১ ইঞ্চি = ৪৯ ইঞ্চি; অতএব সূত্রানুসারে পরিধি $= ৪৯ \times \frac{২২}{৭} = ৭ \times ২২ = ১৫৪$ ইঞ্চি = ১২ ফুট ১০ ইঞ্চি।

আবার গণনায় অধিকতর সূক্ষ্মতা আবশ্যক হইলে পরিধি= $৪৯ \times ৩.১৪১৬ = ১৫৩.৯৩৮৪$ ইঞ্চি = ১২ ফুট ৯.৯৩৮৪ ইঞ্চি।

(২) কোন বৃত্তের ব্যাস ৪.২৫৬ ফুট; উহার পরিধি কত? নিয়মানুসারে পরিধি = $৪.২৫৬ \times \frac{২২}{৭}$ অতএব

```
   ৪.২৫৬
      ২২
  ───────
    ৮৫১২   ∴ পরিধি = প্রায় ১৩.৩৭৬ ফুট।
   ৮৫১২
  ───────
৭) ৯৩.৬৩২
  ───────
   ১৩.৩৭৬
```

আবার গণনার অধিকতর সূক্ষ্মতার প্রয়োজন হইলে পরিধি $= ৪.২৫৬ \times ৩.১৪১৬ = ১৩.৩৭০৭৪৯৬$ ফুট।

(৩) বৃত্তের ব্যাস ৪২.৭ ফুট, পরিধির পরিমাণ কত হইবে

```
    ৩.১৪১৬
      ৪২.৭
  ─────────
    ২১৯৯১২
    ৬২৮৩২
  ১২৫৬৬৪
  ─────────
  ১৩৪.১৪৫৩২
```

অতএব পরিধি = প্রায় ১৩৪.১৪৬৩২ ফুট।

১। বৃত্তের পরিধিপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার ব্যাসের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট পরিধিপরিমাণকে ৩$\frac{১}{৭}$ অর্থাৎ $\frac{২২}{৭}$ দ্বারা ভাগ কর, অর্থাৎ নির্দ্দিষ্ট পরিধিকে ৭ দিয়া গুণ করিয়া গুণফলকে ২২ দিয়া ভাগ কর; ভাগফল নির্ণেয় ব্যাস হইবে। আর যদি গণনায় অধিকতর সূক্ষ্মতার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে নির্দ্দিষ্ট পরিধিকে ৩.১৪১৬ দিয়া ভাগ কর; ভাগফল নির্ণেয় ব্যাস হইবে। *

উদাহরণ।

(১) কোন বৃত্তের পরিধি ৬৬ গজ, উহার ব্যাস পরিমাণ কত?

```
       ৬৬
        ৭
     ------
২২ ) ৪৬২       ∴ ব্যাস = ২১ গজ।
     ------
       ২১
```

অধিকতর সূক্ষ্মতার আবশ্যকতা হইলে ৬৬ কে ৩·১৪১৬ দিয়া ভাগ কর, ভাগফল ব্যাসপরিমাণ হইবে।

[২] কোন বৃত্তের পরিধি ৩৬০ ফুট, উহার ব্যাসপরিমাণ কত?

৩·১৪১৬) ৩৬০·০০ (১১৪·৫৯

বিবিধ উদাহরণ।

১। একখানি গাড়ির চাকা ১ মাইল পথ অতিক্রম করিতে সর্ব্বশুদ্ধ ১০০০ বার ঘুরিয়াছে; চাকাখানির ব্যাসপরিমাণ কত?

* পরিধি ও ব্যাস ঘটিত নিয়ম দ্বয়ের যুক্তি এই পাঠের আদিতে লিখিত অনুপাতে কয়েকটীর প্রতি দৃষ্টিপাত করিলে সহজেই হৃদয়ঙ্গম হইবে।

১ মাইল = ১৭৬০ গজ; প্রশ্নানুসারে চাকার পরিধির সহস্রগুণ ১৭৬০ গজের সমান হইতেছে; ∴ পরিধি = $\frac{১৭৬০}{১০০০}$ = $\frac{১৭৬}{১০০}$ = ১·৭৬; অতএব ব্যাস = $\frac{৭}{২২}$ × ১·৭৬ = গজ ৭ × ·০৮ গজ = ১ গজের ·৫৬ অংশ।

২। পৃথিবী সূর্য্য হইতে ৯৫০০০০০০ মাইল দূরে অবস্থিত, উহা ৩৬৫$\frac{১}{৪}$ দিনে একবার সূর্য্যমণ্ডল প্রদক্ষিণ করে, পৃথিবী ১ মিনিটে কত পথ অতিক্রম করে তাহা নির্ণয় কর।

সূর্য্যকে কেন্দ্র করিয়া পৃথিবী যে পথে উহাকে প্রদক্ষিণ করে, ঐ পথকে বৃত্তস্বরূপ ধরিলে ঐ বৃত্তের কেন্দ্র = ২ × ৯৫০০০০০০ × ৩·১৪১৬ = প্রায় ৫৯৬৯০৪০০০ মাইল ৩৬৫$\frac{১}{৪}$ দিন = ৫২৫৯৬০ মিনিট।

∴ $\frac{৫৯৬৯০৪০০০}{৫২৫৯৬০}$ = প্রায় ১১৩৫ মাইল। অতএব পৃথিবী ১ মিনিটে ১১৩৫ মাইল পথ অতিক্রম করিবে।

৫ উদাহরণমালা।

১। যে বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ ২৯ ইঞ্চি, তাহার পরিধি কত?

[উত্তর ৯১·১০৬ ইঞ্চি]

২। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৮·৪৭৯ ফুট, তাহার পরিধি কত?

[উত্তর ১১৬·১০৭৩ ফুট]

৩। যদি পৃথিবীর ব্যাস ৭৯১৬ মাইল হয়, তাহা হইলে উহার পরিধি কত হইবে? [উত্তর ২৪৮৬৯ মাইল]

৪। কতকগুলি বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ যথাক্রমে ১৪ ফুট; ২১৩ গজ, ২ ফুট, ৮ ইঞ্চি; ৮৬ গজ, ১ ফুট; ও ১ ফর্লং, ৬০ গজ; বৃত্তগুলির প্রত্যেকের পরিধিপরিমাণ কত?

[উত্তর ৪৪ ফুট; ৬৭২ গজ, ৮ ইঞ্চি; ২৭১ গজ ১ ফুট; ৪ ফর্লং]

৫। কতকগুলি বৃত্তের পরিধিপরিমাণ যথাক্রমে ১ ফুট;

২৫ ফুট ; ১০৮ গজ, ১ ফুট ; ১ ফর্লং ; প্রত্যেকের ব্যাসপরিমাণ কত হইবে ?

[উত্তর ·৩১৮৩ ফুট ; ৭·৯৫৭৭ ফুট ; ১০৩·৪৫০৫ ফুট ; (৭০·০২৮ গজ]

৬। যে বৃত্তের পরিধি ৭৯৯ গজ, তাহার ব্যাসপরিমাণ কত ? [উত্তর ২৫৩·৬৯৩ গজ]

৭। যদি কোন বৃত্তের পরিধি ১ ফুটের $\frac{১০০}{১১৪}$ অংশ হয়, তাহা হইলে উহার ব্যাস কত হইবে ? (উত্তর ·২৭৮ ফুট)

৮। একটী গোলাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ৬৩ গজ, প্রতি রুড ৭ সিলিং ১০ পেন্স হিসাবে ব্যয় পড়িলে, উহার চতুর্দ্দিকে বেড়া দিতে সর্ব্বশুদ্ধ কত ব্যয় পড়িবে ?

(উত্তর ২৮ পাউণ্ড, ৩ শিলিং, ৯$\frac{১}{২}$ পেন্স)

৯। একটী বৃহত্তর বৃত্তক্ষেত্রের মধ্যে আর একটী ক্ষুদ্রতর বৃত্তক্ষেত্র আছে, দুই বৃত্তের মধ্যে বেড়াইবার পথ, পথটীর বাহির দিকের পরিধি বৃহত্তর বৃত্তের পরিধি, এবং উহার পরিমাণ ৩৩০ গজ, আর উহার ভিতরকার পরিধি ৩১১ গজ ; পথটীর প্রস্থ পরিমাণ কত হইবে ? (উত্তর ৩·০২৪ গজ)

১০। মনে কর বুধগ্রহ ৮৮ দিনের মধ্যে একবার সূর্য্যমণ্ডল প্রদক্ষিণ করে ; বুধগ্রহ যে গোলাকার পথে সূর্য্যমণ্ডল প্রদক্ষিণ করে, উহার ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ ৩৭০০০০০০ মাইল ; বুধগ্রহ ১ সেকেণ্ড সময়ে কত পথ অতিক্রম করিতেছে নির্ণয় কর।

[উত্তর ৩০·৬ মাইল]

১১। একখানি গাড়ির চাকার ব্যাস ২৮ ইঞ্চি, এক মাইল পথ যাইতে চাকাখানি কতবার ঘুরিবে ? (উত্তর ৭২০ বার)

১২। একটী গোলাকার ক্ষেত্রের সীমায় একটী গোলাকার

বেড়াইবার পথ আছে, পথের বাহিরের দিকের পরিধি ৬০০ ফুট, ও ভিতরের দিকের পরিধি ৪৮০ ফুট; পথটীর বিস্তার কত? (উত্তর ১৯.০৯৮৫ ফুট)

১৩। একটী বৃত্তের পরিধি ও ব্যাস এই উভয়ের পরিমাণের বিয়োগফল ১০ ফুট; উহার ব্যাসপরিমাণ কত?

(উত্তর ৪.৬৭ ফুট)

তৃতীয় পাঠ—চাপ বা ধনু।

বৃত্তের কেন্দ্রে উহার ব্যাসসমূহ পরস্পর ছেদ করিয়া যতগুলি কোণ উৎপন্ন করে, তৎসমুদয়ের সমষ্টি সর্ব্বশুদ্ধ চারিটী সমকোণের সহিত সমান। কেন্দ্রসংশ্রিত কোণগুলি গণনার সুবিধার্থ ৩৬০ সমান ভাগে বিভক্ত হইয়া থাকে, এই গুলিকে অংশ কহে। ৯০ অংশে একটী সমকোণ হয়, সুতরাং বৃত্তের কেন্দ্রে ৯০ × ৪ = ৩৬০ অংশ, অর্থাৎ চারিটী সমকোণ আছে। ইহা দ্বারা স্পষ্টই বোধ হইতেছে যে, কোন দুই ব্যাসার্দ্ধের অন্তর্গত কেন্দ্রস্থ কোণের সহিত, চারি সমকোণ অর্থাৎ ৩৬০ অংশের যে সম্বন্ধ, ঐ কোণের অভিমুখীন ধনু অর্থাৎ পরিধিখণ্ডের সহিত সমগ্র পরিধির সেই সম্বন্ধ।

১। কোন দুই ব্যাসার্দ্ধের অন্তর্গত কোণের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, উল্লিখিত অনুপাতের সাহায্য লইয়া উক্ত কোণের অভিমুখীন ধনুর পরিমাণ নির্ণয় করা যাইতে পারে।

নিয়ম। ৩৬০ এই সংখ্যার সহিত, নির্দ্দিষ্ট কোণের পরিমাণের যে সম্বন্ধ, সমগ্র পরিধির সহিত নির্দ্দিষ্ট কোণের অভিমুখীন ধনুর সেই সম্বন্ধ। অতএব এই অনুপাত অনুসারে প্রক্রিয়া করিলে অনায়াসে অভীষ্ট ধনুপরিমাণ নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ।

(১) একটী বৃত্তের পরিধি ৪৮ ইঞ্চি পরিমিত, এবং কোন ধনুর অভিমুখীন কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ ৫৪ অংশ ; ধনুর দৈর্ঘ্য কত ?

৩৬০ : ৫৪ :: ৪৮ : অভীষ্ট দৈর্ঘ্য ;

$\therefore \frac{৫৪ \times ৪৮}{৩৬০} = \frac{৫৪ \times ৪}{৩০} = \frac{১৮ \times ৪}{১০} = \frac{৩৬}{৫} = ৭\cdot২$;

অতএব অভীষ্ট ধনুপরিমাণ = ৭·২ ইঞ্চি।

২। ধনুর পরিমাণ অর্থাৎ দৈর্ঘ্য নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার অভিমুখীন কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। সমগ্র পরিধির সহিত নির্দ্দিষ্ট ধনুর পরিমাণের যে অনুপাত, ৩৬০ এই সংখ্যার সহিত নির্ণেয় কোণ পরিমাণের সেই অনুপাত। ইহা দ্বারা অভীষ্ট কোণ পরিমাণ সহজেই নির্ণীত হইতে পারে।

(১) বৃত্তের পরিধি ২৫০০ মাইল, এবং ধনুপরিমাণ ৭৫০ মাইল, ধনুর অভিমুখীন কেন্দ্রাশ্রিত কোণের পরিমাণ কত ?

২৫০০ : ৭৫০ :: ৩৬০ : অভীষ্ট কোণপরিমাণ।

$\therefore$ অভীষ্ট কোণপরিমাণ = $\frac{৭৫০ \times ৩৬০}{২৫০০} = \frac{৭৫ \times ৩৬}{২৫০} = \frac{৩ \times ৩৬}{১০} =$

$\frac{৩ \times ১৮}{৫} = \frac{৫৪}{৫} =$ ১০·৮ অংশ,

৩। কোন ধনুর জ্যাপরিমাণ ও উহার অর্দ্ধেকের জ্যাপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, অথবা ধনুর শর ও বৃত্তের ব্যাস এই দুইটী জানা আছে ; ধনুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইবে। (ধনুটী সামিবৃত্ত অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বলিয়া বুঝিয়া লইতে হইবে ; সামিবৃত্ত অপেক্ষা বৃহত্তরধনুর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ নিম্নলিখিত নিয়মানুসারে অপেক্ষাকৃত ক্ষুদ্রতর ধনুর পরিমাণ বাহির করিয়া সমগ্র পরিধিহইতে উহা অন্তর করিলে বৃহত্তরধনুর পরিমাণ পাওয়া যাইবে, ধনু সামিবৃত্তের পরিধি হইলে প্রথমে সমগ্র পরিধি বাহির করিয়াউহার অর্দ্ধেক লইলেই চলিবে।)

নিয়ম। ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণকে আটগুণ করিয়া, গুণফল হইতে সমগ্র ধনুর জ্যাপরিমাণ বাদ দেও, এবং যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহাকে ৩ দিয়া ভাগ কর। ভাগফল অভীষ্ট ধনুর পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ।

(১) ধনুর জ্যা ১৪ ইঞ্চি, ও বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ইঞ্চি; ধনুর পরিমাণ কত হইবে?

এই পরিচ্ছেদের প্রথম পাঠের ৭ম সূত্র অনুসারে ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা ৭.০৭১০৬৭৮ হইবে।

৭.০৭১০৬৭৮ × ৮ = ৫৬.৫৬৮৫৪২৪;

৫৬.৫৬৮৫৪২৪ — ১৪ = ৪২.৫৬৮৫৪২৪;

৪২.৫৬৮৫৪২৪ ÷ ৩ = ১৪.১৮৯৫১৪১;

অতএব ধনুর দৈর্ঘ্য = ১৪.১৮৯৫১৪১ ইঞ্চি।

৬ উদাহরণমালা।

১। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১০ ইঞ্চি, এবং একটী অজ্ঞাত পরিমাণ ধনুর অভিমুখীন কেন্দ্রাশ্রিত কোণের পরিমাণ ৭২ অংশ; ধনুর পরিমাণ কত? [উত্তর ১২.৫৬৬৪ ইঞ্চি।]

২। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২ ফুট, এবং একটী ধনুর পরিমাণ ১৫ ইঞ্চি; ধনুটীর অভিমুখীন কেন্দ্রাশ্রিত কোণের পরিমাণ কত? [উত্তর ৩৫.৮১ অংশ।]

৩। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ ফুট, এবং ধনুর দৈর্ঘ্য ও ১ ফুট, ধনুর অভিমুখীন কেন্দ্রাশ্রিত কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর।

[উত্তর ৫৭.৩ অংশ।]

৪। ধনুর জ্যা পরিমাণ ৩৬ ইঞ্চি, ও ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা পরিমাণ ১৯ ইঞ্চি; ধনুর পরিমাণ কত?

[উত্তর ৩৮⅓ ইঞ্চি।]

৫। জ্যা ৬ ইঞ্চি, ও ব্যাসার্দ্ধ ৯ ইঞ্চি; ধনুপরিমাণ কত?

(উত্তর ৬.১১৭ ইঞ্চি)

৬। ব্যাসার্দ্ধ ১ ইঞ্চি; সামিবৃত্তের পরিমিতি কত?

(উত্তর ৫·১৪১৬ ইঞ্চি)

৭। সামিবৃত্তের পরিমিতি ১০০ ফুট; ব্যাসার্দ্ধ কত?

(উত্তর ১৯.৪৫ ইঞ্চি)

৮। একটী বৃত্তপরিধি দুইটী ধনুতে বিভক্ত, উহাদের উভয় সাধারণ জ্যার দৈর্ঘ্য ২৫ ফুট; বৃত্তটীর পরিধি উহার ব্যাস অপেক্ষা ১০০ ফুট বড়, ক্ষুদ্রতর ধনুর পরিমাণ নির্ণয় কর।

[উত্তর ২৬·৩৮ ফুট]

তৃতীয় অধ্যায়।

ক্ষেত্রফল বা কালি।

প্রথম পরিচ্ছেদ—ভূমিপরিমাণ।

ভূমিপরিমাণ।

দেশীয় মাপ।	ইংরাজী মাপ।
৫৭৬ বর্গ অঙ্গুলি = ১ বর্গ হাত	১৪৪ বর্গ ইঞ্চি = ১ বর্গ ফুট।
৫ ,, হাত = ১ বর্গ কাঁচ্চা	৯ ,, ফুট = ১ ,, গজ।
৪ ,, কাঁচ্চা = ১ বর্গ ছটাক	৪ ,, গজ, } = ১ ,, ফ্যাদম
,, ছটাক } = ১ বর্গ	৩৬ ,, ফুট,
৮০ ,, হাত } পোয়া /।	২৭২¼ ,, ফুট } = ১ ,, রুড্
৪ ,, পোয়া } = ১ বর্গ	৩০¼ ,, গজ } বা পোল।
১৬ ,, ছটাক } কাঠা /১	১৬০০ ,, পোল = ১ ,, ফর্লঙ।
৩২০ ,, হাত	৬৪ ,, ফর্লঙ্ = ১ ,, মাইল।

২০ ,, কাঠা } = ১ বর্গ
৬৪০০,, হাত } বিঘা ১/০

/৪ চারি কাঠা।
।০ পাঁচ কাঠা।
॥০ দশ কাঠা।
৸০ পনর কাঠা।
১৷২ এক বিঘা সাত কাঠা।
৩৸৪ তিন বিঘা উনিশ কাঠা।
৫/১ পাঁচ বিঘা এক কাঠা।
২৷৩৷৶০ দুই বিঘা আট কাঠা সাত ছটাক।

১০০ × ১০০ = ১০০০০ বর্গ লিঙ্ক = ১ বর্গ চেন।
২২ × ২২ = ৪৮৪ বর্গ গজ = ১ বর্গ চেন।

৪০ পোল } = রুড্।
১২২০ বর্গ গজ }

৪ রুড্ } = ১ একর = ১০ বর্গ চেন = ১০০০০০ বর্গ লিঙ্ক।
৪৮৪০ বর্গ গজ }

৬৪০ একর } = ১মাইল।
৩০৯৭৬০০ বর্গ গজ }

(১ গজ = ৩ ফুট = ২ হাত ; অতএব ১ বর্গ গজ = ৩×৩ = ৯ বর্গ ফুট = ২ × ২ = ৪ বর্গ হাত)

১৬০০ বর্গ গজ } ৬৪০০ বর্গ হস্ত = ১ বিঘা ১/০।
১৪৪০০ বর্গ ফুট }

৭২০ বর্গ ফুট = ৪২০ বর্গ হাত = /১ এক কাঠা।
৪৫ বর্গ ফুট = ২০ বর্গ হাত = /০ এক ছটাক।
১॥০ × ১॥০ = ২।০ সওয়া দুই বর্গ ফুট = ১ বর্গ হস্ত।

নিয়ম। বর্গফুটকে বর্গ হস্তে পরিণত করিতে হইলে, প্রশ্নে যত বর্গ ফুট থাকিবে, তাহাকে চারিগুণ করিয়া গুণফলকে ৯ দিয়া ভাগ কর ; ভাগফল অভীষ্ট উত্তর হইবে। এইরূপে বর্গ হস্তকে বর্গ ফুট করিতে হইলে, প্রশ্নে যত বর্গ হস্ত থাকে, তাহাকে ২।০ দিয়া গুণ করিলে গুণফল নির্ণেয় রাশি হইবে।

উদাহরণ।

(১) ১৪৪০০ বর্গ ফুটে কত বর্গ হস্ত হইবে?

৯ : ১৪৪০০ :: ৪ : স ; ∴ স = $\frac{১৪৪০০ \times ৪}{৯}$ = ৬৪০০ বর্গ হস্ত = ১/০ এক বিঘা।

(২) ১ বিঘাতে কত বর্গ ফুট হইবে?

১/০ = ৬৪০০ বর্গ হস্ত। ∴ ৬৪০০ × ২।০ = ১৪৪০০ বর্গ ফুট।

(৩) ১ একর ভূমিকে বিঘা কাঠায় পরিণত কর।

১ একর = ৪৮৪০ × ৯ = ৪৩৫৬০ বর্গ ফুট = $\frac{৪৩৫৬০ \times ৪}{৯}$ = ১৯৩৬০ বর্গ হস্ত = $\frac{১৯৩৬০}{৬৪০০}$ = $\frac{২৪২}{৮০}$ = $\frac{১২১}{৪০}$ = ৩$\frac{১}{৪০}$ = ৩/॥০ তিন বিঘা আধ কাঠা।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

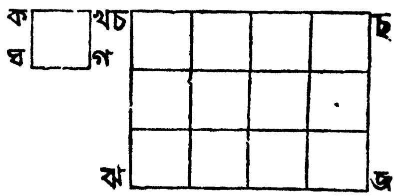
সমান্তরিক ক্ষেত্র— সমকোণী সমান্তরিক।

যে চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর অভিমুখীন ভুজগুলি সমান্তর তাহাকে সমান্তরিক কহে। সমান্তরিক ক্ষেত্র দুই প্রকার, সমকোণী ও অসমকোণী। যে সমান্তরিকের চারিটী কোণই সমকোণ, তাহাকে সমকোণী সমান্তরিক কহে, আর যাহার একটী কোণও সমকোণ নহে, তাহার নাম অসমকোণী সমান্তরিক। সমকোণী সমান্তরিক আবার দুই প্রকার, বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র। যে সমকোণী সমান্তরিকের চারিটী ভুজই পরস্পর সমান তাহাকে বর্গক্ষেত্র কহে, আর যাহার চারিটী ভুজ পরস্পর সমান নহে, পরস্পর অভিমুখীন দুই দুইটী ভুজ সমান, তাহার নাম আয়তক্ষেত্র বা অবলঙ্। অসমকোণী সমান্তরিকও দুই প্রকার, রম্বস ও রম্বয়্ড্। যে সমান্তরিকের চারিটী ভুজই পরস্পর সমান, কিন্তু একটী কোণও সমকোণ নহে, তাহাকে রম্বস কহে,

আর যাহার চারিটী ভুজ পরস্পর সমান নহে, পরস্পর অভিমুখীন দুই দুইটী সমান, এবং একটী কোণও সমকোণ নহে, তাহার নাম রম্বয়ড্। এই পরিচ্ছেদে কেবল সমকোণী সমান্তরিক অর্থাৎ বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র এই উভয়ের বিষয় বিবেচিত হই-তেছে, পর পরিচ্ছেদে অসমকোণী সমান্তরিক অর্থাৎ রম্বস ও রম্বয়ড্, এই উভয়ের বিষয় বিবেচিত হইবে।

সমকোণী সমান্তরিক।

যে ভূমির দৈঘ্য ১ হস্ত বা ইঞ্চি, ও বিস্তার ১ হস্ত বা ইঞ্চি, তাহার ক্ষেত্রফল অর্থাৎ কালী ১ বর্গ হস্ত বা ১ বর্গ ইঞ্চি কহা যায়। ঐরূপে যে ভূমি দৈর্ঘ্যে ১ অঙ্গুল, ও প্রস্থে ১ অঙ্গুল তাহার ক্ষেত্রফল ১ বর্গ অঙ্গুল। কখগঘ চিহ্নিত ক্ষেত্রটীর দৈর্ঘ্য কখ ঋজুরেখা, ও বিস্তার কঘ ঋজুরেখা। যদি কখ ঋজুরেখার পরিমাণ ১ অঙ্গুল, ও কঘ চিহ্নিত রেখার পরিমাণ ১ অঙ্গুল হয়, তাহা হইলে সমগ্র কখগঘ ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল ১ বর্গ অঙ্গুল হইবে।



এ ক্ষণে মনে কর, চছজঝ চিহ্নিত ক্ষেত্র-টীর দৈর্ঘ্য ৪ ইঞ্চি, বা অঙ্গুল ও বিস্তার ৩ ইঞ্চি বা অঙ্গুল। প্রান্তবিন্দু হইতে এক এক ইঞ্চি তফাতে দৈর্ঘ্যব্যঞ্জক ও বিস্তারব্যঞ্জক ভুজের সহিত সমান্তর ঋজুরেখা টান। এইরূপ করিলে দৃষ্ট হইবে যে সমগ্র ক্ষেত্রটী ১২ টী ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সমান ক্ষেত্রে বিভক্ত হইতেছে, এই

১২ টীর মধ্যে প্রত্যেকটীর দৈর্ঘ্য ১ ইঞ্চি বা ১ অঙ্গুল, ও বিস্তার ও ১ ইঞ্চি বা অঙ্গুল। অতএব স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, সমগ্র চছজঝ ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল বা কালি ১২ বর্গ ইঞ্চি বা অঙ্গুল, কারণ উহাকে কখগঘ চিহ্নিত ক্ষেত্রের সহিত সমান ১২টী ক্ষেত্রে বিভক্ত করা যাইতে পারে। কিন্তু এই ১২ সংখ্যা ক্ষেত্রটীর দৈর্ঘ্যবাচী ৪, ও বিস্তারবাচী ৩, এই দুই সংখ্যার গুণফলস্বরূপ। অতএব স্পষ্টই বুঝা গেল যে সমকোণীসমান্তরিক, অর্থাৎ বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র, এই উভয় প্রকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বা কালী নির্ণয় করিতে হইলে দৈর্ঘ্যকে বিস্তার দিয়া গুণ করিতেহইবে।

এই প্রকারে যদি কোন সমকোণী সমান্তরিকের দৈর্ঘ্য ৮ ইঞ্চি, অঙ্গুল, ফুট বা হাত, ও বিস্তার ৫ ইঞ্চি বা অঙ্গুল, ফুট বা হাত হয়, তাহা হইলে উপরিউক্ত প্রকারে দৃষ্ট হইবে যে, সমগ্র ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল ৮ বার ৫ বর্গ ইঞ্চি বা অঙ্গুল, ফুট বা হস্ত, অর্থাৎ ৪০ বর্গ ইঞ্চি, বা অঙ্গুল, ফুট বা হাত। আবার যদি দৈর্ঘ্য ৪ গজ ও বিস্তার ৩ গজ হয়, তবে ক্ষেত্রটীর সারাকালী ১২ বর্গ গজ হইবে। ইত্যাদি।

দৈর্ঘ্য বিস্তার প্রভৃতি রৈখিক পরিমাণ মাপিবার সময় যেমন ইঞ্চি, অঙ্গুল, ফুট, বা হাত ইহার যে কোণটীকে এককস্বরূপ ধরিয়া লইয়া, ঐ এককের সহিত তুলনায় অন্যান্য মাপ সমাধা করিতে হয়, তদ্রূপ ক্ষেত্রপরিমাণ করিবার সময়েও একটী নির্দ্দিষ্ট পরিমাণকে এককস্বরূপ ধরিয়া লইয়া অন্যান্য মাপ করিতে হয়। রৈখিক পরিমাণে সচরাচর ১ ইঞ্চি, বা অঙ্গুলকে এককস্বরূপ ধরা হয়, আর ক্ষেত্রপরিমাণে সচরাচর এক বর্গ ইঞ্চি, বা বর্গ অঙ্গুল ধরা হইয়া থাকে। কিন্তু কোন্ টী একক ধরিতে হইবে, তাহার কিছুমাত্র নির্ণয় নাই, উহা ১ ইঞ্চি, ফুট, গজ, অঙ্গুল বা হস্ত, যাহা ইচ্ছা হইতে পারে।

পূর্ব্বে কথিত হইয়াছে যে সমকোণী সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার পরস্পর গুণ করিতে

হইবে। কিন্তু একটী কথা আছে, দৈর্ঘ্য ও বিস্তার এই উভয়কে পরস্পর গুণ করিবার পূর্ব্বে উহাদিগকে এক জাতীয় রাশিতে পরিণত করিতে হইবে, করিয়া উভয়কে গুণ করিলে গুণফল, ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে। যদি দৈর্ঘ্য ও বিস্তার একজাতীয় রাশিই থাকে তাহা হইলে উহাদিগকে গুণ করিলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। কিন্তু যদি ভিন্নজাতীয় থাকে, তাহা হইলে গুণ করিবার পূর্ব্বে উহাদিগকে একজাতীয় রাশিতে পরিণত করিতে হইবে। যদি দৈর্ঘ্য ৫ ইঞ্চি ও বিস্তার ৩ ইঞ্চি হয় তাহা হইলে উভয়ের গুণফল ১৫ বর্গ ইঞ্চি ক্ষেত্রফল হইবে। কিন্তু যদি দৈর্ঘ্য ৫ ফুট ও বিস্তার ৩ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে ৫ ফুটকে ইঞ্চিতে, অথবা ৩ ইঞ্চিকে ফুটে পরিণত করিয়া গুণ করিবে। ৫ ফুট=৬০ ইঞ্চি, সুতরাং ক্ষেত্রফল =৬০×৩=১৮০ বর্গ ইঞ্চি।

১। একটী সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বা সারাকালী নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। দৈর্ঘ্যপরিমাণকে বিস্তারপরিমাণ দিয়া গুণ কর, করিলে গুণফলই ক্ষেত্রফল বা সারাকালী হইবে।

[কখন কখন দৈর্ঘ্য ও বিস্তার এই উভয়ের পরিবর্ত্তে ভূমি ও উন্নতি বা উচ্ছ্রায় এই দুইটী সংজ্ঞা ব্যবহৃত হইয়া থাকে।]

[সমকোণী সমান্তরিকের দুইটী অন্যোন্যসম্মুখীন ভুজ, অপর দুইটী অন্যোন্যসম্মুখীন ভুজের লম্বস্বরূপ, সুতরাং এইরূপ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বা কালি নির্ণয় করিতে হইলে যে কোন একটী ভুজকে উহার অভিমুখীন ভুজ হইতে উহার উপর পতিত লম্বদ্বারা গুণ করিতে হয়। ক্ষেত্র সমকোণী বলিয়া উহার যে কোন একটী ভুজের সন্নিকৃষ্ট ভুজটীই উহার লম্ব; সুতরাং দৈর্ঘ্য ও বিস্তার পরস্পর গুণ করিলে সারাকালী পাওয়া যায়।]

উদাহরণ।

(১) একটী সমকোণী সমান্তরিকের দৈর্ঘ্য ৩ ফুট, ৪ ইঞ্চি ; এবং বিস্তার ২ ফুট, ৬ ইঞ্চি ; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত ?

৩ ফুট, ৪ ইঞ্চি = ৪০ ইঞ্চি ; ২ ফুট, ৬ ইঞ্চি = ৩০ ইঞ্চি ; অতএব পরিমাণফল = ৪০ × ৩০ = ১২০০ বর্গ ইঞ্চি। [উত্তর]

অথবা ঃ—৩ ফুট ৪ ইঞ্চি = $৩\frac{১}{৩}$ ফুট ২ ফুট ৬ ইঞ্চি = $২\frac{১}{২}$ ফুট ; অতএব ক্ষেত্রফল = $৩\frac{১}{৩} \times ২\frac{১}{২} = \frac{১০}{৩} \times \frac{৫}{২} = \frac{২৫}{৩} = ৮\frac{১}{৩}$ বর্গ ফুট।

[উত্তর]

(২) একটী সমকোণী সমান্তরিকের দৈর্ঘ্য আধ মাইল, ও বিস্তার ২২০ গজ, উহার পরিমাণকল কত হইবে ?

$\frac{১}{২}$ মাইল = $\frac{১৭৬০}{২}$ = ৮৮০ গজ, ∴ পরিমাণফল = ৮৮০ × ২২০ = ১৯৩৬০০ বর্গ গজ।

অথবা ২২০ গজ = $\frac{১}{৮}$ মাইল ; ∴ $\frac{১}{২} \times \frac{১}{৮} = \frac{১}{১৬}$; ∴ ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{১৬}$ মাইল

সমকোণী সমান্তরিক দুই প্রকার আয়তক্ষেত্র ও বর্গক্ষেত্র। যাহার দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বিস্তার অধিক তাহার নাম আয়তক্ষেত্র ; আর যাহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার পরস্পর সমান তাহার নাম বর্গক্ষেত্র। সমকোণী সমান্তরিকের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে দৈর্ঘ্য ও বিস্তার এই উভয় পরিমাণকে পরস্পর গুণ করিতে হয়। আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যপরিমাণ বিস্তার অপেক্ষা অধিক, সুতরাং ইহার পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে সূত্রানুসারে দৈর্ঘ্যপরিমাণকে প্রস্থপরিমাণ দিয়া গুণ করিতে হয়, কিন্তু বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়ই সমান, অর্থাৎ বর্গক্ষেত্রের চারিটী ভুজই পরস্পর সমান, সুতরাং বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার যে কোন একটী ভুজের বর্গ করি-

লেই উত্তর পাওয়া যায়, কারণ ইহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয়ই সমান বলিয়া দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয়কে পরস্পর গুণ করা ও যে কোন একটী ভুজের বর্গ করা অর্থাৎ একটী ভুজকে উহা দ্বারাই গুণ করা, এই দুইই এক প্রক্রিয়া, অর্থাৎ উভয় প্রকারেই এক ফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ।

(১) একটী বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৭ইঞ্চি; ইহার পরিমাণফল কত?

বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয়ই সমান, সুতরাং এই ক্ষেত্রটীর চারিটী ভুজই প্রত্যেক ৭ইঞ্চি। অতএব ক্ষেত্রফল $= ৭ \times ৭ = ৭^{২} =$ ৪৯ বর্গ ইঞ্চি।

(উপরিস্থ প্যারাগ্রাফটীর প্রতি মনোনিবেশ করিলে অনায়াসেই বুঝা যাইবে যে $১২ \times ১২ = ১৪৪$ বর্গ ইঞ্চি $=$ ১ বর্গ ফুট; $৩ \times ৩ = ৯$ বর্গ ফুট $=$ ১ বর্গ গজ ইত্যাদি)

কোন সমকোণী সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল, এবং উহার দৈর্ঘ্য বা বিস্তার এই উভয়ের একটী নির্দ্দিষ্ট থাকিলে, উহাদ্বারা নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রফলকে বিভাগ করিলেই অপরটী পাওয়া যাইবে, যদি ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্য নির্দ্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে ক্ষেফলকে দৈর্ঘ্যদ্বারা বিভাগ করিলেই বিস্তার পাওয়া যাইবে, আবার ক্ষেত্রফল ও বিস্তার নির্দ্দিষ্ট থাকিলে নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রফলকে বিস্তারদ্বারা বিভাগ করিলেই অভীষ্ট দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে। কারণ সূত্রানুসারে ক্ষেত্রফল $=$ দৈর্ঘ্য$\times$বিস্তার, অতএব যদি দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও ক্ষেত্রফল এই তিনটীকে যথাক্রমে "দ" "ব" ও "ফ" এই তিনটী অক্ষর দ্বারা নির্দ্দেশ করা যায়, তাহা হইলে $ফ = দ \times ব$, সুতরাং $দ = \frac{ফ}{ব}$; আর $ব = \frac{ফ}{দ}$; বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল উহার অন্যতম ভুজের বর্গ অর্থাৎ দ্বিতীয় শক্তিস্বরূপ; অতএব বর্গক্ষেত্রের

পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে উঁহার বর্গমূল নিষ্কাশন করিলেই উহার ভুজপরিমাণ অর্থাৎ দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয় পরিমাণই পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ।

(১) কোন একটী সমকোণী সমান্তরিকের পরিমাণ ৯৬ বর্গ ইঞ্চি, এবং উহার দৈর্ঘ্য ১ ফুট, ৪ ইঞ্চি; ক্ষেত্রটীর বিস্তার কত?

১ ফুট, ৪ ইঞ্চি = ১৬ ইঞ্চি; ∴ অভীষ্ট বিস্তার = $\frac{৯৬}{১৬}$ = ৬ ইঞ্চি।

(২) একটী আয়তক্ষেত্রের পরিমাণ ১০ বর্গ ফুট; এবং ইহার বিস্তার ১ গজ; উহার দৈর্ঘ্যপরিমাণ কত?

১ গজ = ৩ ফুট; ∴ অভীষ্ট দৈর্ঘ্য = $\frac{১০}{৩}$ = ৩$\frac{১}{৩}$ ফুট = ৩ ফুট ৪ ইঞ্চি।

(৩) একটী বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল ৮১ বর্গ ফুট, ও উহার একটী ভুজ ৯ ফুট; উহার অপর ভুজের পরিমাণ কত?

সূত্রানুসারে নির্ণেয় ভুজ = $\frac{৮১}{৯}$ = ৯ ফুট।

(৪) একটী বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল ১২১ বর্গ ইঞ্চি; উহার ভুজপরিমাণ কত?

নির্ণেয় ভুজপরিমাণ = $\sqrt{}$(১২১) = ১১ ইঞ্চি।

(যে স্থলে নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রফলের বর্গমূল নিঃশেষরূপে নিষ্কাশিত হয় না, তথায় যথেচ্ছ দশমিক স্থান পর্য্যন্ত গ্রহণ করিয়া যাহা হইবে, তাহাকেই ভুজপরিমাণ ধরিয়া লইতে হইবে, ফলতঃ এরূপ স্থলে ভুজপরিমাণ ঠিক নির্ণীত হইতে পারে না)

("বর্গফুট" ও "ফুট বর্গ" এই দুইটী বাক্য ভিন্নার্থক। "৩ বর্গ ফুট" বলিলে এরূপ একটী ক্ষেত্র বুঝিতে হইবে

যাহাকে এক ফুট দীর্ঘ, ও এক ফুট প্রস্থ, তিনটী সমপরিমাণ বর্গক্ষেত্রে বিভক্ত করিতে পারা যায়; কিন্তু "৩ ফুট বর্গ" বলিলে যাহার ভুজপরিমাণ ৩ ফুট এরূপ একটী বর্গক্ষেত্র বুঝিতে হইবে, সুতরাং উহাতে সর্ব্বসমেত ৩×৩=৯ বর্গ ফুট থাকিবে; এইরূপে "৪ ফুট বর্গ" বলিলে যাহার ভুজপরিমাণ ৪ ফুট, এরূপ একটী বর্গক্ষেত্র বুঝিতে হইবে, সুতরাং উহাতে সর্ব্বশুদ্ধ ৪×৪= ১৬ বর্গ ফুট থাকিবে। ইত্যাদি।)

বিঘাকালী ও কাঠাকালী।

ভূমি ৮০ হাত দীর্ঘ হইলে তাহাকে রৈখিক এক বিঘা কহে, যে ভূমির ৮০ হাত দৈর্ঘ্য, ও ৮০ হাত বিস্তার, তাহার কালী ১ বিঘা কহিয়া থাকে। সুতরাং ৮০×৮০=৬৪০০ বর্গ হস্ত হইলে ১ বিঘা কালী, অর্থাৎ ১ বর্গ বিঘা হয়। ৪ হাত লম্বা হইলেই এক কাঠা কহে। ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ বিঘা বিস্তার হইলে যেরূপ ১ বিঘা কালী কহিয়া থাকে, ১ কাঠা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তার-স্থলে সেরূপ কহিলে ৪০০ বর্গ কাঠায় ১ বর্গ বিঘা হইত; কারণ ২০ কাঠা দৈর্ঘ্য ও ২০ কাঠা বিস্তার হইলে, ১ বর্গ বিঘা অর্থাৎ ১ বিঘা কালী হয়। কিন্তু সেরূপ না কহিয়া রৈখিক ২০ কাঠায় যেমন রৈখিক ১ বিঘা ধরা যায়, সেইরূপ ২০ কাঠা কালীতেও ১ বিঘা কালী ধরা রীতি। সুতরাং ১ কাঠা কালীর পরিমাণ $\frac{৬৪০০}{২০}$= ৩২০ বর্গ হস্ত হইল। এরূপ হইলেই ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তার যে ভূমি, তাহার কালী ১ কাঠা কহা যাইতে পারে; কারণ ৮০×৪=৩২০।

এত দৈর্ঘ্য এত বিস্তার ভূমির কালী কত বলিতে হইলে এত বর্গ হস্ত কালী না বলিয়া, এত বিঘা, এত কাঠা, এত ছটাক,

বলাই ব্যবহার। এক বর্গ বিঘাতে ৬৪০০ বর্গ হস্ত। যদি ১ বর্গ হস্তকে ১ গণ্ডা ধরা যায়, তাহা হইলে ১ বিঘায় ৬৪০০ গণ্ডা হইবে। কিন্তু ৬৪০০ গণ্ডায় ২০ কাহন, সুতরাং ১ বিঘায় ২০ কাহন হইল। তাহা হইলেই ঐরূপ ১ কাহনকে ১ কাঠা ও ১ পণকে ১ ছটাক ধরা যাইতে পারে। বর্গ হস্ত ধরিয়া কালী করিবার সময় দৈর্ঘ্য ও বিস্তার বিঘা কাঠায় লিখিত থাকিলে, তাহা প্রথমতঃ রৈখিক হস্তে পরিবর্ত্তিত করিতে হয়।

উদাহরণ।

(১) যে ভূমির দৈর্ঘ্য ১২০ হাত, ও বিস্তার ৯০ হাত; তাহার ক্ষেত্রফল কত?

ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × বিস্তার = ১২০ হাত × ৯০ হাত = ১০৮০০ বর্গ হস্ত = ১০৮০০ গণ্ডা = ৩৩৸০ = ১৷৷৩৸০

(২) যে ভূমির দৈর্ঘ্য ১৷৷২ ও বিস্তার ১৷৷০ তাহার কালী কত?

ক্ষেত্রফল = দ×ব = ১৷৷২×১৷৷০ = ২১৮ হাত×১২০ হাত = ১৫৩৬০ বর্গ হস্ত = ৪৮ কাহন = ৪৮ কাঠা = ২।৩

জমি কালী করিবার আর এক প্রণালী আছে, এবং উহাই আমাদের দেশের সর্ব্বত্র কার্য্যতঃ প্রচলিত। শুভঙ্কর দাসের কৃত আর্য্যাই উক্ত প্রণালীর নিদান। আর্য্যাটী এইঃ—

কুড়োবা কুড়োবা কুড়োবা লীজ্যে,
কাঠায় কুড়োবা কাঠায় লীজ্যে।
কাঠায় কাঠায় ধূলপরিমাণ,
বিশ গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ।"

আর্য্যাটীর তাৎপর্য্য এইঃ—বিঘাতে বিঘাতে গুণ করিয়া বিঘা ধরা যায়, বিঘাতে কাঠাতে গুণ করিয়া যে রাশি হয়, তাহাকে গণ্ডা ধরিয়া ২০ গণ্ডায় কাঠা ধরা যায়। এই নিয়মের

যুক্তি এই যে, ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ বিঘা বিস্তার হইলেই ১ বিঘা কালী হয়, ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তার হইলেই ১ কাঠা কালী হয়, এবং ১ কাঠা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তার হইলেই ৪×৪ বর্গ হস্ত হয়, অর্থাৎ ৩২০ বর্গ হস্তের $\frac{১}{২০}$ ভাগ হয়; তাহা হইলেই ১ কাঠার ২০ ভাগের ১ ভাগ হইল।

উদাহরণ।

(১) ৬।২ দীর্ঘ ও ৩।৪ প্রস্থ ভূমির কালী কত?

প্রথমতঃ ৬।২ × ৩।৪ এই প্রকারে অঙ্কপাতপূর্ব্বক দেখা যায় যে, দৈর্ঘ্য ও বিস্তারে বিঘার সংখ্যা ৬ ও ৩, সুতরাং উভয়ে গুণ করিয়া ১৮ বিঘা হইল। কাঠার স্থানে দেখিতে পাওয়া যায় যে, ৭ ও ৯ রহিয়াছে, সুতরাং ৭×৩=২১ কাঠা =১/১; ও ৯×৬=৫৪ কাঠা=২॥৪ হইল। পরে কাঠায় কাঠায় গুণ করিয়া ৭×৯=৬৩=$\frac{৬৩}{২০}$ কাঠা=/৩$\frac{৩}{২০}$=/৩৶৮ হয়। এই সমুদয় একত্র যোগ করিলে ১৮/০+১/১+২॥৪+/৩৶৮=২১৸৩৶৮ হয়। অর্থাৎ ক্ষেত্রফল ২১ বিঘা, ১৮ কাঠা, ২ ছটাক, ৮ গণ্ডা হইল।

উল্লিখিত প্রকারে কালী করিবার সময় নিম্নলিখিতরূপে প্রক্রিয়া করাই রীতি।

৬।২
৩।৪

১৮/০
১/১
২॥৪
/৩$\frac{৩}{২০}$

২১৸৩$\frac{৩}{২০}$=২১৸৩৶৮ উত্তর।

দ্বাদশক।

শুভঙ্করের নিয়মানুসারে সমকোণী সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে কি প্রকার প্রণালী অবলম্বন করিতে হয়, তাহা প্রদর্শিত হইল; এই প্রণালীই আমাদের দেশে কার্য্যতঃ ব্যবহৃত হইয়া থাকে। এইরূপ ইংরাজী হিসাব অনুসারে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলেও অনেক স্থলে সূত্রোক্ত প্রক্রিয়া অনুসৃত হয় না। অবিকল শুভঙ্করের ন্যায় একটী প্রক্রিয়া ব্যবহৃত হইয়া থাকে। ঐ প্রক্রিয়ার নাম দ্বাদশক প্রক্রিয়া। নিম্নে উহার ব্যাখ্যা করিবার পর উদাহরণ প্রদর্শিত হইতেছে।

ব্যাখ্যা। বর্গ ফুট ও বর্গ ইঞ্চি কাহাকে বলে তাহা পূর্ব্বেই ব্যাখ্যাত হইয়াছে। যে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১২ ইঞ্চি ও বিস্তার ১২ ইঞ্চি, তাহার নাম প্রাইম। অতএব ১২ বর্গ ইঞ্চিতে ১ প্রাইম হয় ইহা স্পষ্টই বোধ হইতেছে। সুতরাং ১২ প্রাইমে ১২×১২=১৪৪ বর্গ ইঞ্চিতে ১ বর্গ ফুট হয়। এক্ষণে স্পষ্টই বোধ হইবে যে, ১২ অপেক্ষা অধিকসংখ্যক বর্গ ইঞ্চি থাকিলে উহা প্রাইম ও বর্গ ইঞ্চিতে বিভক্ত করা যাইতে পারে যথা :—

১৭ বর্গ ইঞ্চি=১ প্রাইম ৫ বর্গ ইঞ্চি,
৩২ বর্গ ইঞ্চি=২ প্রাইম ৮ বর্গ ইঞ্চি ইত্যাদি।

আবার ১২ অপেক্ষা অধিকসংখ্যক প্রাইম থাকিলে উহাকে বর্গ ফুট ও প্রাইমে বিভক্ত করা যাইতে পারে। যথা :—

১৯ প্রাইম=১ বর্গ ফুট, ৭ প্রাইম;
৪৫ প্রাইম=৩ বর্গ ফুট, ৯ প্রাইম ইত্যাদি।

এইরূপ যে সমকোণী সমান্তরিকের দৈর্ঘ্য ১ ফুট, ও বিস্তার ১ ইঞ্চি; তাহাকে ও প্রাইম কহা যায়, অতএব যাহার দৈর্ঘ্য ২ ফুট ও বিস্তার ১ ইঞ্চি, তাহাতে ৩ টী প্রাইম আছে বলিতে হইবে। সুতরাং ফুটকে ইঞ্চি দিয়া গুণ করিলে প্রাইম পাওয়া যায় এইরূপ সামান্যাকারে নির্দ্দেশ করিতে পারা যায়।

কোন নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য ও বিস্তারকে উপরি উক্ত প্রকারে ১২ এই রাশির অংশে বিভাগ করিয়া প্রায় শুভঙ্করের ন্যায় প্রণালী অনুসারে অঙ্ক কসিতে পারা যায়। ১২ এই রাশির সাহায্য লওয়া হয় বলিয়া এই প্রণালীর নাম দ্বাদশক।

উদাহরণ।

(১) একটী সমান্তরিক ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৮ ফুট, ৯ ইঞ্চি; ও বিস্তার ৫ ফুট, ৬ ইঞ্চি; ক্ষেত্রটীর কালী কত হইবে?

নিম্নলিখিত প্রকারে ফুটের নীচে ফুট, ইঞ্চির নীচে ইঞ্চি, ইত্যাদি প্রকারে অঙ্ক রাখিয়া :—

৮	৯	
৫	৬	
৪৩´	৯	
৪	৪	৬
৪৮	১	৬

প্রথমত: ৯ কে ৬ দিয়া গুণ করিয়া ৪৫ পাওয়া গেল, ৪৫ কে ১২ দিয়া ভাগ করিষা ৩ বর্গ ফুট, ৯ প্রাইম হইল, ৯ রাখা গেল, এবং ৩ হাতে রহিল, পরে ৮ কে ৫ দিয়া গুণ করিয়া ৪০ পাওয়া গেল, সুতরাং ৪০+৩=৪৩ হইল। পরে ৬ দিয়া ৯ কে গুণ করিয়া ৫৪ বর্গ ইঞ্চি পাওয়া গেল, ৫৪ বর্গ ইঞ্চি=৪ প্রাইম ৬ বর্গ ইঞ্চি, ৬ কে নীচের পংক্তিতে সকলের ডাহিনে রাখা গেল; ৪ হাত রহিল, পরে ৮ কে ৬ দিয়া গুণ করিয়া ৪৮ হইল, ৪৮+৪=৫২ প্রাইম=৪ বর্গ ফুট, ৪ প্রাইম। এক্ষণে এইগুলিকে যথাস্থানে রাখিয়া পরস্পর ঠিক দেওয়া হইল। ঠিক দিবার সময় প্রথমে ৬ বর্গ ইঞ্চি নাবিল, পরে ৪+৯=১৩ প্রাইম=১ বর্গ ফুট ১ প্রাইম; ৬ য়ের বামে ১ রাখিয়া ১ হাতে রহিল, ১+৪৩+৪=৪৮ বর্গ ফুট হইল। অতএব সমুদয়ে ৪৮ বর্গ ফুট, ১ বর্গ প্রাইম, ৬ ইঞ্চি হইল। ইত্যাদি। অন্যপ্রকারে করিলেও ঠিক এই উত্তরই পাওয়া যাইবে।

বিবিধ উদাহরণ।

১। একটী গৃহের দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চি, এবং বিস্তার ১১ ফুট ৩ ইঞ্চি; গৃহটীর মেজেতে ৩০ ইঞ্চি চওড়া কার্পেট মুড়িতে হইবে, এইরূপ মুড়িতে প্রতি গজে ৩ টাকা করিয়া খরচ পড়িবে; সর্ব্বশুদ্ধ কত খরচ পড়িবে বলিতে পার?

প্রথমতঃ কার্পেটের দৈর্ঘ্য বাহির করিতে হইবে; স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, মেজের ক্ষেত্রফল যতটুকু, কার্পেট ও তত টুকু আবশ্যক। সুতরাং মেজের ক্ষেত্রফলকে কার্পেটের বিস্তার দিয়া ভাগ দিলে কার্পেটের দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে :—

ক্ষেত্রফল $=১৮\frac{১}{২}\times১১\frac{১}{৪}=\frac{৩৭}{২}\times\frac{৪৫}{৪}=\frac{১৬৬৫}{৮}$ বর্গ ফুট, সুতরাং কার্পেটের দৈর্ঘ্য $=\frac{১৬৬৫}{৮}\div২\frac{১}{২}=\frac{১৬৬৫}{৮}\times\frac{২}{৫}=\frac{৩৩৩}{৪}$ ফুট, এক গজ মুড়িবার খরচা ৩ টাকা; সুতরাং $\frac{৩৩৩}{৪}$ ফুট মুড়িবার খরচ $=\frac{১}{৩}\times\frac{৩৩৩}{৪}\times\frac{৩}{১}=\frac{৩৩৩}{৪}=$ ৮৩।০ তিরাশী চারি আনা। (উত্তর)

২। একটী ঠিক চারিকোণা ফুলের বাগান আছে, উহা দীর্ঘে ১৬০ ফুট, ও প্রস্থে ১০০ ফুট, বাগীচাটীর চতুর্দ্দিকে একটী বেড়াইবার পথ আছে, উহা প্রস্থে ৮ ফুট; পথটীর কালি কত?

বাগীচার চারিদিকে রাস্তা আছে বলিয়া রাস্তাসমেত বাগীচার দৈর্ঘ্য ১৬৮ ফুট, ও বিস্তার ১০৮ ফুট, অতএব বাগীচাটীর ক্ষেত্রফল $=১৬৮\times১০৮=১৮১৪৪$ বর্গ ফুট, আর রাস্তাছাড়া বাগানটীর ক্ষেত্রফল $=১৬০\times১০০=১৬০০০$ বর্গ ফুট, অতএব রাস্তাটীর ক্ষেত্রফল $=১৮১৪৪-১৬০০০=২১৪৪$ বর্গ ফুট।

৩। একটী গৃহ দৈর্ঘ্যে ২৪ ফুট, ১০ ইঞ্চি, প্রস্থে ১৬ ফুট, ও উর্দ্ধে ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চি; উহার চারিটী দেওয়ালের উপরিভাগ কাগজ দিয়া ঢাকিতে হইবে, কত বর্গ ফুট কাগজ লাগিবে বল।

দীর্ঘ দেওয়াল দুইটীর কালি $=২\times২৪$ ফুট ১০ ইঞ্চি $\times১৮$

ফুট ৬ ইঞ্চি = ২×২৪$\frac{১০}{১২}$×১৮$\frac{৬}{১২}$ = ২×২৪$\frac{৫}{৬}$ × ১৮$\frac{১}{২}$ = ২ × $\frac{১৪৯}{৬}$ × $\frac{৩৭}{২}$ = $\frac{১৪৯×৩৭}{৬}$ = $\frac{৫৫১৩}{৬}$ বর্গ ফুট ;

আর প্রস্থ দেওয়াল দুইটার কালি = ২×১৬ × ১৮$\frac{১}{২}$ = ২ × ১৬ × $\frac{৩৭}{২}$ = ১৬ × ৩৭ = ৫৯২ বর্গ ফুট ;

অতএব সমগ্র চারিটী দেওয়ালের কালি = $\frac{৫৫১৩}{৬}$+৫৯২ = $\frac{৫৫১৩+৩৫৫২}{৬}$ = $\frac{৯০৬৫}{৬}$ = ১৫১০$\frac{৫}{৬}$ বর্গ ফুট।

অতএব কাগজও ১৫১০$\frac{৫}{৬}$ বর্গ ফুট লাগিবে।

৪। একটী সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪৮ ফুট ও বিস্তার ২৮ ফুট ; ইহার চারিটী ভুজের সমষ্টি যত হইবে, একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজসমষ্টি ঠিক তত ; বর্গক্ষেত্রেটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমকোণী সমান্তরিকের দীর্ঘ ভুজদ্বয়ের সমষ্টি=৪৮+৪৮=৯৬,
সমকোণী সমান্তরিকের প্রস্থ ভুজদ্বয়ের সমষ্টি =২৮+২৮=৫৬,
∴ সমুদায় ভুজের সমষ্টি =৯৬+৫৬=১৫২ ফুট,
প্রশ্নানুসারে বর্গক্ষেত্রের চারিটী ভুজের সমষ্টি ও=১৫২ ফুট,
∴ বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ = $\frac{১৫২}{৪}$ = ৩৮ ফুট,
∴ বর্গক্ষেত্রটীর কালি = ৩৮×৩৮ = ৩৮^{২} = ১৪৪৪ বর্গ ফুট।

৭ উদাহরণমালা।

(১) নিম্ননির্দ্দিষ্ট কয়েকটী বর্গক্ষেত্রের কালি কত ? প্রত্যেকের ভুজপরিমাণ নিম্নে নির্দ্দিষ্ট আছে।

(ক) ১৪ গজ, (খ) ২৪ গজ ; (গ) ২০$\frac{১}{২}$ গজ ; (ঘ) ৩০$\frac{১}{৪}$ গজ।

(উত্তর (ক) ১৯৬, (খ) ৫৭৬, (গ) ৭৫৬$\frac{১}{৪}$, (ঘ) ৯১৫$\frac{১}{১৬}$)

(২) নিম্ননির্দ্দিষ্ট কয়েকটী বর্গক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, উহাদের কালি কত হইবে ?

(ক) ২৫৫ ফুট; (খ) ৮৮ গজ, ২ ফুট, ৩ ইঞ্চি; (গ) ১২ চেন ২৫ লিঙ্ক; (ঘ) ১৮ চেন ৩৬ লিঙ্ক।

(উত্তর (ক) ৩২৫১২.৫ বর্গ ফুট; (খ) ৩৯৫৮ বর্গ গজ, ২ ফুট, ৭৬.৫ ইঞ্চি; (গ) ৭ একর, ২ রুড, .০৪ পোল; (ঘ) ১৬ একর, ৩ রুড, ১৬.৭১৬৮ পোল)

(৩) নিম্ননির্দ্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল নির্দ্দিষ্ট আছে, উহাদের ভুজপরিমাণ নির্ণয় কর। (উত্তর ফুটে দিবে)

(ক) ১২০ বর্গফুট; (খ) ৪৭৮ বর্গ গজ, ১ বর্গ ফুট;) (গ) ৫২৬ বর্গ গজ ২ বর্গ ফুট, ৯০ বর্গ ইঞ্চি; (ঘ) ১৫০ একর; (ঙ) ২$\frac{১}{৪}$ একর।

(উত্তর (ক) ১০.৯৫৪; (খ) ৬৫.৫৯৭; (গ) ৬৮.৮২৩; (ঘ) ২৫৫৬.১৬৯; (ঙ) ৩৪৬.১০৭)

(৪) যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৭ বর্গ ইঞ্চি, তাহার কর্ণপরিমাণ কত? [উত্তর ৩.৭৪২ ইঞ্চি]

[৫] একটী দাবা খেলিবার ছকঘরের প্রত্যেক পার্শ্বে ৮টী করিয়া ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্র বা চৌকা আছে; সমগ্র ঘর খানির ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গ ইঞ্চি; ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রগুলির ভুজপরিমাণ নির্ণয় কর। [উত্তর ১$\frac{১}{৪}$ ইঞ্চি]

(৬) নিম্ননির্দ্দিষ্ট সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রগুলির দৈর্ঘ্য ও বিস্তারের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে; উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[ক] ১৪×২০; [খ] ২৪×১৮; [গ] ১৫$\frac{১}{২}$×১৮; [ঘ] ১৮$\frac{১}{৪}$×২০$\frac{১}{২}$.

[উত্তর (ক) ২৮০; (খ) ৪৩২; (গ) ২৭৯; (ঘ) ৩৭৪$\frac{১}{৮}$]

(৭) নিম্নলিখিত সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্য নির্দ্দিষ্ট আছে, উহাদের বিস্তারপরিমাণ নির্ণয় কর।

(ক) ক্ষেত্রফল ১০৫৬ বর্গ ফুট, ও দৈর্ঘ্য ১১ গজ।

(খ) ক্ষেত্রফল ১ একর ও দৈর্ঘ্য ১১০ গজ।

(গ) ক্ষেত্রফল ১ বর্গ মাইল, ও দৈর্ঘ্য ৫ মাইল।

[ঘ] ক্ষেত্রফল ১০০০ একর, ও দৈর্ঘ্য ২½ মাইল।

[উত্তর [ক] ৩২ ফুট; [খ] ৪৪ গজ, [গ] ৩৫২ গজ;
[ঘ] ১১০০ গজ]

[৮] একটী সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৭ গজ ও বিস্তার ৩২ গজ, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

(উত্তর ১১৮৪ বর্গ গজ)

(৯) যে বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ১৭ ইঞ্চি, উহার কালি কত? (উত্তর ২ বর্গ ফুট ১ ইঞ্চি)

(১০) একটী টেবিলের ডালা দীর্ঘে ৩ ফুট ৭ ইঞ্চি, ও প্রস্থে ৩ ফুট ৫ ইঞ্চি, উহার উপরে কত স্থান আছে?

[উত্তর ১২ বর্গ ফুট ৩৫ ইঞ্চি]

(১১) একটী সমচতুর্ভুজাকার বাগিচার ভুজপরিমাণ ১৪৫ লিঙ্ক; উহার কালি কত হইবে? বর্গ পোলে উত্তর দিবে।

[উত্তর ৩৩.৪]

[১২] একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ৫ ফুট ৫½ ইঞ্চি, দ্বাদশক প্রণালী অনুসারে উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[উত্তর ২৯ বর্গ ফুট ৯ দ্বাদশক, ৬¼ ইঞ্চি]

(১৩) একটী সমচতুষ্কোণ বাক্সের ভিতরের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট-প্রকার; দৈর্ঘ্য বিস্তার ও খাড়াই প্রত্যেক পরিমাণ ৩ ফুট ৫ ইঞ্চি; টিনের পাত কাটিয়া একটী বাক্স নির্ম্মাণ পূর্ব্বক কাঠের বাক্সের জিনিস উহাতে রাখিতে হইবে। কি পরিমাণ টিন কাটিতে হইবে বলিতে পার? (উত্তর ৭০ বর্গ ফুট, ৬ ইঞ্চি)

(১৪) বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ কত হইলে উহার ক্ষেত্রফল ২।২ দীর্ঘ ও ১৵৩ বিস্তৃত আয়ত ক্ষেত্রের সমান হইবে?

(উত্তর ১৫:৷৵০৪৪ হাত)

(১৫) কোন ব্যক্তির ২৫০ হাত দীর্ঘ ও ৭২ হাত প্রস্থ এক খণ্ড ভূমি ছিল, সে ৩০০ হাত দীর্ঘ এক খণ্ড সমান দরের ভূমির সহিত উহার বিনিময় করিল; তাহার নূতন ভূমির বিস্তার কত হইবে? (উত্তর ৬০ হাত)

(১৬) যে আয়ত ক্ষেত্রের পার্শ্বদ্বয়ের পরিমাণ ৩০ হাত ও ২৭ হাত, তাহার সমানক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের এক পার্শ্বের পরিমাণ কত? (উত্তর ৯০ হাত)

(১৭) ৩৯২৫ হাত বর্গক্ষেত্রের পার্শ্বপরিমাণ কত?

(উত্তর ৫৫ হাত)

(১৮) একটী চতুরস্র প্রাঙ্গণের পরিসর যদি ২৬ গজ ৫ ইঞ্চি হয়, ও ক্ষেত্রফল ৬৮৩ বর্গ গজ ২ বর্গ ফুট ২৫ বর্গ ইঞ্চি হয়; তাহা হইলে প্রাঙ্গণটী যে সমচতুর্ভুজাকার তাহা সপ্রমাণ কর।

(উত্তর:—উহার দৈর্ঘ্য ও ২৬ গজ ৫ ইঞ্চি)

(১৯) একখণ্ড গালিচার দৈর্ঘ্য ২৪ হাত ও প্রস্থ ½ হাত, আর এক খণ্ড গালিচার দৈর্ঘ্য ৮ হাত; এখন ইহার প্রস্থ কত হইলে উহা পূর্ব্বোক্ত গালিচার সহিত সমান হইবে।

(উত্তর ১½ হাত)

(১৯) ৩৷৷২ দীর্ঘ এক সমচতুষ্কোণ ভূমিখণ্ডের মধ্যস্থলে একটী সমচতুরস্র পুষ্করিণী আছে, এবং ঐ পুষ্করিণীর প্রত্যেক পাড়ে যে জমি আছে, তাহার বিস্তার ।২৸০ সাত কাঠা তিন পোয়া মাত্র; ঐ পুষ্করিণীর জলকরই বা কত, পাড়ই বা কত?

(উত্তর জলকর ৭৸৪৷৶১৬; পাড় ৪৸৪৷/৮)

(২০) "চারি হাত বর্গ" ও "চারি বর্গ হাত" এই উভয়ের পরস্পর অন্তর কত? (উত্তর ১২ বর্গ হস্ত)

(২১) এক খানি তক্তা ১৮ ইঞ্চি চওড়া, উহা হইতে কতখানি লম্বা কাটিয়া লইলে টুকরা খানির কালি এক বর্গ গজ হইবে?

(উত্তর ২ গজ)

(২২) একটী সমকোণী সমান্তরিকের কর্ণ ৪৫৮ ফুট, এবং একটী ভুজ ৪৪২ ফুট; উহার কালি কত?

(উত্তর ৫৩০৪০ বর্গ ফুট)

(২৩) চারিটী বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ যথাক্রমে ১,২,৪, ও ১০ ফুট; এই চারিটী বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি যে বৃহত্তর বর্গক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফলের সমান, তাহার ভুজপরিমাণ কত?

(উত্তর ১১ ফুট)

(২৪) একটী জানালার খড়খড়ের দৈর্ঘ্য ৮ ফুট, ২ ইঞ্চি ও বিস্তার ৫ ফুট ৩ ইঞ্চি; উহাতে ১৪ ইঞ্চি লম্বা ও ৯ ইঞ্চি চওড়া সাসী বসাইতে হইবে; সর্ব্বশুদ্ধ কতকগুলি সাসী লাগিবে?

(উত্তর ৪৯)

(২৫) ১৮ ফুট লম্বা, ও ১২ ফুট ৯ ইঞ্চি চওড়া একটী মেঝের উপর ইঁট বিছাইয়া মেজেম করিতে হইবে, ৯ ইঞ্চি লম্বা ও ৪½ ইঞ্চি চওড়া কত ইঁট হইলে উক্ত কার্য্য নির্ব্বাহ হইতে পারে?

(উত্তর ৮১৬)

(২৬) প্রত্যেক ব্যক্তির দাঁড়াইবার জন্য যদি ২৭ ইঞ্চি×১৮ ইঞ্চি পরিমিত স্থানের প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে ১৫ ফুট× ৯ ফুট পরিমিত স্থানে কত লোকের সমাবেশ হইতে পারে?

(উত্তর ৪০)

(২৭) এক আটী ধান জন্মাইতে যদি ৯ বর্গ ইঞ্চি স্থানের

প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে এক একর জমিতে কত আটী ধান জন্মিতে পারে? (উত্তর ৬৯৬৯৬০)

(২৮) মনে কর এক বর্গ চেন স্থানে চারিটী গাছ জন্মিতে পারে, তাহা হইলে ½ মাইল লম্বা ও ⅛ মাইল চওড়া বনে কত বৃক্ষ জন্মিবে? (উত্তর ৩২০০)

(২৯) একটী প্রদেশের দৈর্ঘ্য ৬০০ মাইল ও বিস্তার ২০০ মাইল, ইহার মধ্যে ২০,০০০,০০০ লোকের বাস; এইরূপ হিসাবে গণনা করিলে এক জন লোকের বাসের জন্য কত স্থান লাগে? (উত্তর ৩·৮৪)

(৩০) একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ৮৫ গজ, ১০ গজ চওড়া একটী রাস্তা, উহার চতুর্দ্দিক বেষ্টন করিয়া আছে, রাস্তাটী ১ ফুট ৪ ইঞ্চি লম্বা ও ১০ ইঞ্চি চওড়া পাথর দিয়া বাঁধাইতে হইলে কত পাথর লাগিবে? (উত্তর ৩০৭৮০)

(৩১) ৯ ইঞ্চি×৪½ ইঞ্চি মাপের ১২৯৬খান টাইল দিয়া একটা উঠান বাঁধান হইয়াছে; উক্ত উঠানের ৯ ভাগের এক ভাগ মাপের অপর একটা উঠান যদি প্রত্যেক পার্শ্ব ৬ ইঞ্চি মাপের টাইল দিয়া বাঁধাইবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে সর্ব্বশুদ্ধ কত টাইল লাগিবে? (উত্তর ১৬২)

(৩২) একটী আয়ত ক্ষেত্রের পরস্পর সন্নিকৃষ্ট ভুজদ্বয় যথাক্রমে ৩৬ ও ২৫: আর একটীর তাদৃশ ভুজদ্বয় ৯ ও ১৬; এই দুইটী আয়তক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ভুজগুলি পরস্পর তুলনা কর।

(উত্তর বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ভুজদ্বয় পরস্পর ২ : ৫)

(৩৩) একটী গৃহের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও উচ্চতা, যথাক্রমে ১৮ ফুট, ১২ ফুট, ও ১০ ফুট ৬ ইঞ্চি; ২৭ ইঞ্চি চওড়া কাগজ দিয়া

উক্ত গৃহের দেওয়ালগুলি মুড়িতে হইলে কতখানি লম্বা কাগজের প্রয়োজন ? (উত্তর ২৮০ ফুট)

(৩৪) একটী আয়তক্ষেত্রের পরিমাণফল ১৩২৩ বর্গ ফুট; উহার দৈর্ঘ্য বিস্তারের তিনগুণ; উহার দৈর্ঘ্য ও বিস্তারের পরিমাণ নির্ণয় কর। (উত্তর ২১ ফুট ও ৬৩ ফুট)

(৩৫) যদি একটী বর্গক্ষেত্র ও একটী আয়তক্ষেত্র এই উভয়ের পরিমিতি অর্থাৎ ভুজপরিমাণের সমষ্টি পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে বর্গক্ষেত্রটীর পরিমাণফল আয়ত ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল অপেক্ষা অধিক হইবে।

(৩৬) এক কিতা জমির দৈর্ঘ্য ৪২৩৫ গজ ও বিস্তার ২৮০ গজ; যদি ১ একর জমির মূল্য ৫ পাউণ্ড ১০ শিলিঙ হয়, তাহা হইলে এই সমগ্র কিতাটীর মূল্য কত হইবে ?

(উত্তর ১১০২ পা, ১০ শি)

(৩৭) একটী আয়তাকার উঠান দীর্ঘে ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চি ও প্রস্থে ১২ ফুট ৩ ইঞ্চি; প্রত্যেক বর্গ ফুটে যদি ৪ পেনী খরচা পড়ে, তাহা হইলে সমগ্র উঠানটী পাথর দিয়া বাঁধাইতে সমুদয়ে কত খরচ পড়িবে ? (উত্তর ৩পা, ১৫ শি, ৬$\frac{1}{2}$ পেনী)

(৩৮) একটী বর্গক্ষেত্রাকার উঠানের কর্ণপরিমাণ ৩০ গজ, ৯ বর্গ গজের প্রতি যদি ১ শিলিঙ করিয়া খরচ পড়ে, তাহা হইলে সমগ্র উঠানটীর উপর খোয়া বাঁধাইতে কত খরচ পড়িবে ? (উত্তর ২ পা(১০ শি

(৩৯) একটী উঠানের দৈর্ঘ্য ৩২ ফুট ৩ ইঞ্চি, ও বিস্তার ১৬ ফুট ৬ ইঞ্চি; এক বর্গ ইঞ্চির প্রতি ৬ শিলিঙ ৪ পেনী ব্যয় পড়িলে সমগ্র উটানটী বাঁধাইতে সর্ব্বশুদ্ধ কত ব্যয় পড়িবে ?

(উত্তর ১৮ পা, ১৪ শি, ৫$\frac{1}{2}$ পেনী)

(৪০) একটী বর্গক্ষেত্রের উঠান বাঁধাইতে প্রতিবর্গ গজে ৩ শিলিঙ ৯ পেন্স করিয়া খরচ ধরিয়া সর্ব্বশুদ্ধ ৩৮ পাউণ্ড ১০ শিলিঙ, ৫ পেন্স, ব্যয় পড়িয়াছে; উঠানটীর ভুজপরিমাণ নির্ণয় কর। (উত্তর ৪৩ ফুট)

(৪১) একটী কুটারীর দৈর্ঘ্য বিস্তার ও খাড়াই যথাক্রমে ২৩ ফুট, ১৮ ফুট ও ১২ ফুট; ইহার দেওয়াল গুলিতে কাগজ মুড়িতে হইবে; কাগজের বিস্তার এক গজ হইলে ওরূপ কাগজ সর্ব্বশুদ্ধ কত লাগিবে? (উত্তর ১০৯ গজ ১ ফুট)

(৪২) একটী ঘর ২৪ ফুট লম্বা, ১৫ ফুট চওড়া ও ১১ ফুট খাড়াই, ঘরটীতে তিনটী জানালা আছে, তন্মধ্যে প্রথমটী ৪ ফুট ৬ ইঞ্চি লম্বা ও ৩ ফুট চওড়া, আর দুইটী প্রত্যেকে ৬ ফুট ৬ ইঞ্চি লম্বা, ও ৫ ফুট চওড়া, আর একটী দরজা আছে, উহার দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ও বিস্তার ৪ ফুট; ঐ ঘরটী চিত্রিত করিতে হইবে, চিত্র করিতে প্রতি বর্গ ফুটে ৩ পেনী করিয়া ব্যয় পড়িবে, সমুদয়ে কত ব্যয় পড়িবে বলিতে পার?

(উত্তর ৯ পা, ৭ শি, ১০$\frac{১}{২}$ পেনী)

তৃতীয় পরিচ্ছেদ।

সমান্তরিক ক্ষেত্র——অসমকোণী সমান্তরিক।

পূর্ব্ব পরিচ্ছেদের আরম্ভে কথিত হইয়াছে যে, সমকোণী সমান্তরিকের ন্যায় অসমকোণী সমান্তরিকও দুই প্রকার, রম্বস ও রম্বয়ড্। রম্বস ও রম্বয়ড্ কাহাকে কহে, তাহা পূর্ব্বেই কথিত হইয়াছে। এক্ষণে কিরূপে এই দুই প্রকার চতুর্ভুজের পরিমাণফল বা কালি বাহির করিতে হয়, তাহাই ব্যাখ্যাত হইতেছে।

১। অসমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে :—

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট অসমকোণী সমান্তরিকের ভূমিপরিমাণকে উক্ত ক্ষেত্রের উন্নতিপরিমাণ দিয়া গুণ কর। গুণফল নির্ণেয় পরিমাণফল হইবে। ক্ষেত্রটীর যে কোন ভুজকে ভূমি বলিয়া গ্রহণ করা যাইবে, উহার অভিমুখীন ভুজ হইতে উহার উপর লম্বপাত করিলে, ঐ লম্বপরিমাণই নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রটীর উন্নতির পরিমাণ বলিয়া বুঝিতে হইবে। সুতরাং ভূমির পরিমাণকে উহার অভিমুখীন ভুজ হইতে উহার উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে।

[ইহা দ্বারা স্পষ্টই বোধ হইতেছে, যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের কালি বাহির করিতে হইলে প্রথমতঃ উহার একটী ভুজের মাপ লইতে হইবে, পরে ঐ ভুজের অভিমুখীন ভুজ হইতে উহার উপর পাতিত লম্বরেখার মাপ লইতে হইবে। এইরূপ মাপ লইয়া উভয়কে পরস্পর গুণ করিলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে। সমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের যে ভুজটীকে ভূমি ধরা যায়, তাহার সন্নিহিত ভুজটীই তাহার লম্ব, অতএব উহাতে দৈর্ঘ্য ও বিস্তার গুণ করিলেই কালি পাওয়া যায়, কিন্তু অসমকোণী সমান্তরিকের যে ভুজটীকে ভূমি ধরা যায়, তাহার সন্নিহিত ভুজটী তাহার লম্ব নহে, সুতরাং স্বতন্ত্র লম্বপরিমাণ ধরিতে হয়। পরন্তু সমকোণী সমান্তরিকের ভূমিসন্নিহিত ভুজটীই যেরূপ উহার বিস্তারের পরিমাণ, সেইরূপ অসমকোণী সমান্তরিকের ভূমির উপর পাতিত লম্বরেখাই উহার বিস্তারের পরিমাণ, অতএব সামান্যতঃ সমান্তরিক ক্ষেত্রমাত্রেরই কালি বাহির করিতে হইলে "দৈর্ঘ্য পরিমাণকে বিস্তারপরিমাণ দিয়া গুণ কর" বলিয়া নিয়ম করিবার ও

রীতি আছে। বর্গক্ষেত্র ও রম্বসের চারিটী ভুজই পরস্পর সমান, সুতরাং উভয়ের কালি বাহির করিতে হইলে চারিটী ভুজের মধ্যে যেটীকে ইচ্ছা ভূমি ধরা যাইতে পারে, কিন্তু আয়ত ও রম্বয়ড্ এই দ্বিবিধ ক্ষেত্রের পরস্পর অভিমুখীন দুই দুইটী ভুজই সমান, আর চারিটীর মধ্যে দুইটী অপর দুইটী অপেক্ষা অধিকতর দীর্ঘ, এই দুই প্রকার ক্ষেত্রের কালি করিতে হইলে গণনার সুবিধার জন্য উহাদের দীর্ঘতর ভুজদ্বয়ের মধ্যে একটীকে ভূমি ধরাই রীতি। কেবল প্রক্রিয়ার সুবিধার জন্যই এরূপ করিতে হয়, নতুবা চারিটীর মধ্যে যেটীকে ইচ্ছা ভূমি ধরিলেই কার্য্য চলিতে পারে।]

যুক্তি। প্রথম অধ্যায়ের দ্বিতীয় পরিচ্ছেদের ১৩শ উপপাদ্য, অর্থাৎ ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের ৩৫শ প্রতিজ্ঞা অনুসারে সপ্রমাণ হইয়াছে যে, একটী সমকোণী সমান্তরিক ও একটী অসমকোণী সমান্তরিক উভয়ে একই ভূমির উপর, ও একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত হইলে, উভয়ের ক্ষেত্রফল পরস্পর সমান হয়। মনে কর এক ভূমির উপর ও একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যভাগে একটী সমকোণী ও একটী অসমকোণী সমান্তরিক স্বতন্ত্রভাবে অবস্থিত হইল, এক্ষণে সমকোণী সমান্তরিকটীর পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার ভূমিপরিমাণকে উহার সন্নিহিত ভুজপরিমাণ দ্বারা গুণ করিতে হইবে, কিন্তু উহার ভূমিসন্নিহিত ভুজটী ভূমির উপর লম্বস্বরূপ, সুতরাং ভূমিকে উহার সন্নিহিত ভুজদ্বারা গুণ করা, ও ভূমিকে উহার অভিমুখীন ভুজ হইতে উহার উপর পাতিত লম্বদ্বারা গুণ করা একই কথা; অতএব বুঝা যাইতেছে যে, ভূমিপরিমাণকে লম্বপরিমাণদ্বারা গুণ করিলেই সমকোণী সমান্তরিকের

ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। আবার প্রকৃতপ্রস্তাবে সমকোণী সমান্তরিক ও অসমকোণী সমান্তরিক উভয়বিধ ক্ষেত্রই এক ভূমির উপর ও একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত রহিয়াছে, সুতরাং সমকোণী সমান্তরিক ও অসমকোণী সমান্তরিক উভয় ক্ষেত্রেরই ভূমির উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ এক ও অভিন্ন। সুতরাং ভূমিপরিমাণকে সমকোণী সমান্তরিকেরই হউক বা অসমকোণী সমান্তরিকেরই হউক, উভয়ের মধ্যে যে কোন একটী লম্বদ্বারা গুণ করিলেই সমকোণী সমান্তরিকের পরিমাণফল পাওয়া যাইবে, কারণ উভয়ের ভূমি এক ও অভিন্ন, এবং লম্বও এক ও অভিন্ন। কিন্তু এক ভূমির উপর একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত সমকোণী ও অসমকোণী উভয় সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল এক ও অভিন্ন। অতএব কোন একটী নির্দ্দিষ্ট অসমকোণী সমান্তরিকের ভূমি ও লম্ব এই উভয় পরস্পর গুণ করিলে উহার সহিত একভূমিস্থ ও সমলম্ব সমকোণী সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে, কিন্তু একভূমিস্থ ও সমলম্ব সমকোণী ও অসমকোণী সমান্তরিকদ্বয়ের ক্ষেত্রফল সমান। সুতরাং কোন নির্দ্দিষ্ট অসমকোণী সমান্তরিক ক্ষেত্রের ভূমিপরিমাণকে উহার অভিমুখীন ভুজ হইতে উহার উপর পাতিত লম্বপরিমাণদ্বারা গুণ করিলেই ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল পাওয়া যাইবে। এই জন্যেই অসমকোণী সমান্তরিকের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার ভূমিপরিমাণকে উন্নতি অর্থাৎ লম্বপরিমাণদ্বারা গুণ করিতে হয়। (গুণ করিবার পূর্ব্বে ভিন্ন ভিন্ন জাতীয় রাশি থাকিলে সকল গুলিকে একজাতীয় রাশিতে পরিণত করিতে হয়।)

(অসমকোণী সমান্তরিক দুই প্রকার রম্বস ও রম্বয়ড্। রম্বসের চারিটী ভুজই পরস্পর সমান, সুতরাং উহার যে

কোনটীকে ভুজ ধরিলেই চলিতে পারে। রম্বয়ড্ ক্ষেত্রের অন্যোন্যের অভিমুখীন দুই দুইটী ভুজ পরস্পর সমান, ইহার যে কোন একটী ভুজকে ভূমিস্বরূপ ধরিয়া লওয়া যাইতে পারে, কিন্তু সচরাচর দীর্ঘতর ভুজদ্বয়ের মধ্যে একটীকেই ভূমি ধরা রীতি।)

উদাহরণ।

(১) একটী সমান্তরিকের ভুজপরিমাণ ৫ ফুট ও উহার উন্নতি বা লম্ব ৩ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

ক্ষেত্রফল = ৫×৩ = ১৫ বর্গ ফুট।

(২) একটী সমান্তরিকের ভুজপরিমাণ ১৮ ইঞ্চি, ও উন্নতি বা লম্বপরিমাণ ২ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

২ ফুট = ২৪ ইঞ্চি। ∴ ক্ষেত্রফল = ১৮×২৪ = ৪৩২ বর্গ ইঞ্চি = ৩ বর্গ ফুট।

যদি কোন সমান্তরিক ক্ষেত্রের পরিমাণফল ও ভূমি ও লম্ব অর্থাৎ এই উভয় পরিমাণের মধ্যে একটী নির্দ্দিষ্ট থাকে, তাহা হইলে নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রফলকে ভূমি ও উন্নতি এই উভয়ের মধ্যে যেটী নির্দ্দিষ্ট আছে, তাহাদ্বারা ভাগ করিলেই অপরটী পাওয়া যাইবে। কারণ সূত্রানুসারে ক্ষেত্রফল = ভূমি×উন্নতি বা লম্ব। যদি ভূমি "ভ", উন্নতি বা লম্ব "ল" ও ক্ষেত্রফল = "ফ" হয়, তাহা হইলে ফ = ভ×ল; অতএব $ভ = \frac{ফ}{ল}$; এবং $ল = \frac{ফ}{ভ}$।

উদাহরণ।

(১) একটী রম্বসক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৫৬ বর্গ ফুট ও ভূমি ১৩ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার উন্নতি বা লম্ব কত হইবে?

সূত্রানুসারে লম্ব = $\frac{১৫৬}{১৩}$ = ১২ ফুট।

(২) যদি কোন রম্বয়ড্ ক্ষেত্রের পরিমাণফল ১০০ হাত, ও লম্বপরিমাণ ৫ হাত হয়, তাহা হইলে উহার ভূমিপরিমাণ কত হইবে ?

সূত্রানুসারে ভূমিপরিমাণ $=\frac{১০০}{৫}=$ ২০ হাত।

বিবিধ উদাহরণ।

(১) একটী রম্বয়ড্ ক্ষেত্রের সন্নিহিত ভুজদ্বয় ৮ ফুট ও ১৬ ফুট, এবং ইহার পরিমাণফল ইহার ভুজসমষ্টির সহিত সমান ভুজসমষ্টিবিশিষ্ট একটী বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফলের অর্দ্ধেক; ভুজদ্বয়ের প্রত্যেকটীকে ভূমি ধরিয়া উহার লম্বপরিমাণ নির্ণয় কর।

নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রটীর সমুদয় ভুজসমষ্টি $=২\times৮+১৬\times২=১৬+৩২$ $=৪৮$ ফুট।

প্রশ্নানুসারে বর্গক্ষেত্রটীর ভুজসমষ্টি ও ৪৮; অতএব বর্গ-ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ $=১২$ ফুট।

অতএব বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=১২\times১২=১৪৪$ বর্গ ফুট। কিন্তু প্রশ্নানুসারে রম্বয়ড্ ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল $=\frac{১৪৪}{২}=৭২$; $\therefore$ ৮ ফুট পরিমিত ভুজকে ভূমি ধরিলে লম্ব $=\frac{৭২}{৮}=৯$ ফুট; ও ১৬ ফুট পরিমিত ভুজটীকে ভূমি ধরিলে লম্ব $=\frac{৭২}{১৬}=\frac{৩৬}{৮}=৪\frac{১}{২}$.

(২) একটী রম্বয়ড্ ক্ষেত্রের ভূমি ৪ ফুট ৬ ইঞ্চি, ও লম্ব-পরিমাণ ২ ফুট ৮ ইঞ্চি, ভূমিসন্নিহিত ভুজটী ৩ ফুট; ৩ ফুট পরিমিত ভুজকে ভূমি ধরিলে উহার লম্বপরিমাণ কত হইবে ?

ভূমি $=৪\frac{৬}{১২}=৪\frac{১}{২}$; লম্ব $=২\frac{৮}{১২}=২\frac{২}{৩}$; $\therefore$ ক্ষেত্রফল $=$ $৪\frac{১}{২}\times২\frac{২}{৩}=\frac{৯}{২}\times\frac{৮}{৩}=১২$; যে ভুজটীকেই ভূমি ধরা যাউক না কেন, ক্ষেত্রফল একই হইবে, অতএব ৩ ফুট পরিমিত ভুজকে ভূমি ধরিলে ক্ষেত্রফল $=\frac{১২}{৩}=৪$ ফুট।

(৩) একটী রম্বসের প্রত্যেক ভুজ ১৮ ফুট, আর একটী কর্ণ রেখাও ১৮ ফুট; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত?

কর্ণ রেখাটী টানিলে উহাদ্বারা রম্বসটী দুই সমবাহু ত্রিভুজে বিভক্ত হইবে, আর প্রত্যেক ত্রিভুজের উন্নতি ১৮×·৮৬৬ ফুট হইবে, কারণ সমবাহু ত্রিভুজে ভুজপরিমাণ ১ হইলে উন্নতি ·৮৬৬ হয়, সুতরাং ভুজ ১৮ হইলে ভুজপরিমাণ অবশ্যই ১৮×·৮৬৬ হইবে। এই উন্নতিই সমগ্র রম্বস ক্ষেত্রটীর উন্নতির সহিত এক; অতএব রম্বসের পরিমাণফল = ১৮ × ১৮ × ·৮৬৬ = ২৮০·৬ বর্গ ফুট।

৮ উদাহরণমালা।

১। একটী সমান্তরিকের ভূমি ১৪ গজ ও উন্নতি ৫ গজ, উহার ক্ষেত্রফল কত? উত্তর ৭০ বর্গ গজ।

২। ভূমি ১৫ গজ ২ ফুট, উন্নতি ১১ গজ ১ ফুট; ক্ষেত্রফল কত হইবে? উত্তর ১৭৭ বর্গ গজ ৫ ফুট।

৩। ভূমি ১৬ গজ ২ ফুট ৩ ইঞ্চি, উন্নতি ১৪ গজ ২ ফুট ৮ ইঞ্চি; উহার ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর ২৪৯ বর্গ গজ, ৩ ফুট, ৭২ ইঞ্চি।

৪। ভূমি ১৪ চেন ১৬ লিঙ্ক, উন্নতি ৯ চেন ৪৮ লিঙ্ক; পরিমাণফল কত? উত্তর ১৩ একর, ১ রুড, ২৭·৭৮৮৮ পো।

৫। একটী রম্বসের ভুজপরিমাণ ২ ফুট ৭ ইঞ্চি, ও লম্বপরিমাণ ৯·৩২ ইঞ্চি; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উত্তর ১ বর্গ ফুট ১১৬·৯৬ বর্গ ইঞ্চি।

৬। একটী সমান্তরিকের দৈর্ঘ্য ৫·১৫ গজ, ও উন্নতি ৩ ফুট ৬ ইঞ্চি, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উত্তর ৬·০০৮৩ বর্গ গজ।

৭। একটী সমান্তরিকের পরিমাণফল ১১২৫ বর্গ ফুট, ও ভূমি ১৫ গজ; উহার লম্বপরিমাণ কত হইবে? উত্তর ২৫ ফুট।

৮। ক্ষেত্রফল ৯৩ বর্গ ফুট; ১৪০ বর্গ ইঞ্চি; ও ভূমি ৫ গজ, ১ ফুট, ৭ ইঞ্চি; উহার উন্নতি কত হইবে?

উত্তর ৫ ফুট ৮ ইঞ্চি।

৯। ক্ষেত্রফল ১৬০ বর্গ গজ, ৩ বর্গ ফুট, ৩৩ বর্গ ইঞ্চি, আর ভূমি ১৩ গজ ১ ফুট ৯ ইঞ্চি; উহার লম্বপরিমাণ কত?

উত্তর ৩৫ ফুট ৫ ইঞ্চি।

১০। একটী জমির ক্ষেত্রফল ৫২/৫॥ আর উহার ভুজপরিমাণ ১০।০, উহার লম্বপরিমাণ কত হইবে?

উত্তর ৫/২ পাঁচ বিঘা, দুই কাঠা।

১১। একটী সমান্তরিকের সন্নিহিত ভুজদ্বয় যথাক্রমে ৮ ফুট ও ১৬ ফুট, ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল উহার ভুজসমষ্টির সহিত সমান ভুজসমষ্টিবিশিষ্ট একটী বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{2}$ ভাগ, ক্ষেত্রটীর লম্বপরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর ১২ ফুট ও ৬ ফুট।

১২। একটী রম্বসের প্রত্যেক ভুজ ২৪ ফুট আর উহার একটী কর্ণরেখাও ২৪ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উত্তর ৪৯৮·৮ বর্গ ফুট।

১৩। একটী রম্বসের প্রত্যেক ভুজ ৩২ ফুট, আর কোণ চারিটীর মধ্যে যে দুইটী বড়, সেই দুইটীর প্রত্যেকটীই অপর দুইটী কোণের প্রত্যেকের দ্বিগুণ; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত হইবে? উত্তর ৮৮৬·৮ বর্গ ফুট।

চতুর্থ পরিচ্ছেদ।

ত্রিভুজ ক্ষেত্র।

১। কোন নির্দ্দিষ্ট ত্রিভুজক্ষেত্রের পরিমাণফল বা কালি নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ত্রিভুজটীর যে কোন একটী ভুজকে ভূমি ধর, এবং ঐ ভূমির অভিমুখীন কোণ হইতে উহার উপর লম্বপাত কর। পরে ভূমি ও উহার লম্ব অর্থাৎ ত্রিভুজটীর উচ্ছ্রায় (উন্নতি) এই দুইটী পরস্পর গুণ কর, গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ কর। করিলে উহাই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে।

(ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কালি বাহির করিবার সময় প্রথমে উহার একটী ভুজ অর্থাৎ পার্শ্বের পরিমাণ গ্রহণ কর, পরে ঐ পার্শ্বের অভিমুখীন কোণ হইতে উহার উপর একটী লম্বরেখা টানিয়া উহার ও পরিমাণ গ্রহণ কর। পরে এই দুইটী পরিমাণ পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ করিলেই কালি পাওয়া যাইবে। গুণ করিবার সময় ভূমি ও উন্নতি এই উভয়ের মধ্যে একটীর অর্দ্ধেককে অপরটী দিয়া গুণ করা, আর উভয়কে পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ করা একই কথা।)

যুক্তি। প্রথম অধ্যায় দ্বিতীয় পরিচ্ছেদের পঞ্চদশ উপপাদ্যে অর্থাৎ ইউক্লিডের প্রথম অধ্যায়ের একচত্বারিংশ প্রতিজ্ঞায় নির্ণীত হইয়াছে যে, যদি একটী সমকোণী সমান্তরিক (যে কোন সমান্তরিক) ও একটী ত্রিভুজ, একভূমিস্থ ও সমলম্ব হয়, তাহা হইলে ত্রিভুজ ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল সমকোণী সমান্তরিকের [যে কোন সমান্তরিকের] পরিমাণফলের অর্দ্ধেক হইবে। প্রকৃত প্রস্তাবে মনে কর একটী ত্রিভুজ ও একটী সমকোণী সমা-

ন্তরিক একই ভূমির উপর ও একই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত রহিয়াছে, সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্দ্ধারণ করিতে হইলে উহার ভূমিকে লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিতে হয়, এস্থলে সমান্তরিক ও ত্রিভুজ উভয়ের একই ভূমি ও একই লম্ব, সুতরাং ত্রিভুজের ভূমিকে উহার লম্বদ্বারা গুণ করিলেও সমান্তরিকের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। অতএব স্পষ্টই বোধ হইতেছে যে, ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূমি ও লম্ব পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে, কারণ ত্রিভুজের কালি উহার সহিত একভূমিস্থ ও সমলম্ব সমান্তরিকের অর্দ্ধেক। আর সমান্তরিকের সহিত একভূমিস্থ ও সমলম্ব ত্রিভুজের ভূমি ও লম্ব এই উভয়ের গুণফল সমান্তরিকের ক্ষেত্রফলের সহিত সমান, অতএব স্পষ্টই প্রতিপন্ন হইল যে, ত্রিভুজক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার ভূমি ও লম্ব পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইতে হইবে। [সমকোণী ত্রিভুজের ভূমিকে কোটি দ্বারা গুণ করিয়া উহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়, কারণ সমকোণী ত্রিভুজের কোটিই ভূমির লম্বস্বরূপ।]

উদাহরণ।

[১] একটী ত্রিভুজের ভূমি ২৬ ফুট, এবং উন্নতি অর্থাৎ লম্বপরিমাণ ২৮ ফুট ; উহার পরিমাণফল কত হইবে ?

সূত্রানুসারে নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $=\frac{২৬\times২৮}{২}=১৩\times২৮=৩৬৪$ বর্গ ফুট।

[২] একটী ত্রিভুজের ভূমি ৩ গজ, এবং ইহার উন্নতি ৪ ফুট, ৬ ইঞ্চি ; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

৩ গজ = ৯ ফুট ; ও ৪ ফুট ৬ ইঞ্চি = $৪\frac{১}{২}$ ফুট ; $৯\times\frac{৯}{২}=\frac{৮১}{২}$; $\frac{৮১}{২}\times\frac{১}{২}=\frac{৮১}{৪}=২০\frac{১}{৪}$ বর্গ ফুট।

(৩) একটী ত্রিভুজের ভূমি ৪৫ ফুট, এবং উন্নতি ৩৬ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

$\frac{১}{২}$ × ৩৬ = ১৮; ১৮ × ৪৫ = ৮১০; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ৮১০ বর্গ ফুট।

২। যদি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ভূমি ও লম্ব এই উভয়ের অন্যতর একটী নির্দ্দিষ্ট থাকে তাহা হইলে নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রফলকে দ্বিগুণ করিয়া গুণফলকে ভূমি ও লম্বের মধ্যে যেটী নির্দ্দিষ্ট আছে, তদ্দ্বারা ভাগ করিলে অপরটী পাওয়া যাইবে। মনে কর ভূমি = ভ, লম্ব = ল, ক্ষেত্রফল = ফ,। ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বাহির করিবার নিয়ম অনুসারে:——

$$ফ = \frac{ভ \times ল}{২}; \therefore ভ \times ল = ২ফ; \therefore ভ = \frac{২ফ}{ল}, ও\ ল = \frac{২ফ}{ভ}.$$

উদাহরণ।

[১] একটী ত্রিভুজের পরিমাণফল ৩৫২$\frac{১}{২}$ বর্গ ইঞ্চি, ও লম্বপরিমাণ ১৫ ইঞ্চি; উহার ভূমিপরিমাণ কত হইবে?

নির্ণেয় ভূমিপরিমাণ = ৩৫২$\frac{১}{২}$ × ২ ÷ ১৫ = $\frac{৭০৫}{১৫}$ = ৪৭ ইঞ্চি।

[২] একটী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৭২ বর্গ ফুট, ও ভূমি ১৮ ফুট; উহার লম্বপরিমাণ কত হইবে?

নির্ণেয় লম্বপরিমাণ = $\frac{৭২ \times ২}{১৮}$ = $\frac{৭২}{৯}$ = ৮ ফুট।

৩। ত্রিভুজক্ষেত্রের তিনটী ভুজের পরিমাণ স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র নির্দ্দিষ্ট আছে, ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। তিনটী ভুজের পরিমাণ একত্রী যোগ করিয়া সমষ্টির অর্দ্ধেক যাহা হইবে, তাহা স্বতন্ত্র করিয়া রাখ, তাহার পর ঐ অর্দ্ধেক হইতে প্রত্যেক ভুজের পরিমাণ স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র বিয়োগ কর; করিলে যে তিনটী রাশি হইবে, সেই রাশিত্রয় ও ঐ

অর্দ্ধেক এই চারিটী রাশিকে পরস্পর গুণ কর। গুণফলের বর্গমূল নিষ্কাশন কর। ঐ বর্গমূলই ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল হইবে।

[তিনটি ভুজপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে পারা যায় বটে, কিন্তু কার্য্যের সময় তিনটী ভুজ-পরিমাণ মাপিয়া ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে অনেক কুটিল প্রক্রিয়া করিতে হয়, অতএব জমি জরিপ করিবার সময় ত্রিভুজের লম্ব ও ভূমি এই দুইটী পরিমাণ নির্ণয় করিয়া ১ম নিয়ম অনুসারে কালি করাই সুবিধা।

উদাহরণ।

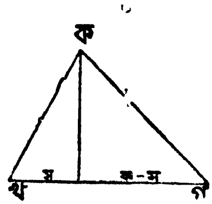
[১] একটী ত্রিভুজের তিনটী ভুজ যথাক্রমে ২৪, ২৫, ও ২৬ ফুট; ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে?

২৪ + ২৫ + ২৬ = ৭৫ ; $\frac{১}{২}$ × ৭৫ = ৩৭$\frac{১}{২}$ = ৩৭·৫ ; ৩৭·৫ — ২৪ = ১৩·৫ ; ৩৭·৫ — ২৫ = ১২·৫ ; ৩৭·৫ — ২৬ = ১১·৫ ; ৩৭·৫ × ১৩·৫ × ১২·৫ × ১১·৫ = ৭২৭৭৩·৪৩৭৫ ; ৭২৭৭৩·৪৩৭৫ এই রাশিটীর বর্গমূল নিঃশেষরূপে নিষ্কাশন করিতে পারা যায় না, তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ধরিলে নির্ণেয় বর্গমূল ২৬৯·৭৬৬ হইবে; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ২৬৯·৭৭ বর্গফুট।

(২) একটী ত্রিকোণ ভূমির তিনটী বাহু যথাক্রমে ২৭২, ২৭৫, ও ১৭৩ গজ; উহার ক্ষেত্রফল কত একর হইবে?

$\frac{১}{২}$ (২৭২ + ২৭৫ + ১৭৩) = ৩৬০ ; ৩৬০ — ২৭২ = ৮৮ ; ৩৬০ — ২৭৫ = ৮৫ ; ৩৬০ — ১৭৩ = ১৮৭ ; ∴ ৮৮ × ৮৫ × ১৮৭ × ৩৬০ = ৫০৩৫৫৩৬০০ ; এই রাশিটীর বর্গমূল = ২২৪৪০ বর্গ গজ = ৪ একর, ২ রুড্, ২১$\frac{৯}{১১}$ পোল।

যুক্তি। মনে কর কখগ ত্রিভুজের ক কোণের অভিমুখীন খগ ভুজের নাম ক; খ কোণের অভিমুখীন কগ



ভুজের নাম খ ; ও গ কোণের অভিমুখীন কখ ভুজের নাম গ। মনে কর ক ভুজ ক কোণ হইতে উহার উপর পাতিত লম্ব দ্বারা দুই ভাগে বিভক্ত হইয়াছে; একটী ভাগের স এই নাম দিলে অপর ভাগ = ক—স। এক্ষণে সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মানুসারে লম্ব^২ = গ^২—স^২ = খ^২—(ক^২—২ কস × স^২) = খ^২—ক^২+২ কস—স^২ ∴ স = $\frac{১}{২ক}$(ক^২ + গ^২ খ^২) ; ∴ লম্ব = $\sqrt{}$(গ^২—স^২), ∴ প্রথম নিয়মানুসারে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{ক}{২}\sqrt{}$(গ^২—স^২) = $\sqrt{\frac{১}{৪}ক^২ (গ+স) (গ—স)}$;

"স" এই অজ্ঞাতরাশির স্থলে প্রাপ্ত সমরাশিকে "স" এই রাশির পরিবর্ত্তে বসাইলে গ + স = $\frac{১}{২ক}$(ক^২ + গ^২—খ^২+২কগ) = $\frac{১}{২ক}$(ক+খ+গ) (খ+গ—খ) এবং গ—স = $\frac{১}{২ক}$(খ^২—গ^২—ক^২+২ কগ) = $\frac{১}{২ক}$(ক+খ—গ) (খ+গ—ক);

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = $\sqrt{}$($\frac{১}{৪}$ক^২ (ক+স) (গ—স) = $\sqrt{\frac{১}{২} (ক+খ+গ) \frac{১}{২} (ক+গ—খ) \frac{১}{২} (ক+খ—গ) \frac{১}{২} (খ+গ—ক)}$

ইহাই ত্রিভুজক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিবার দ্বিতীয় নিয়ম।

বিবিধ উদাহরণ।

১। একটী সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ১ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

প্রশ্নানুসারে ভুজত্রয়ের সমষ্টি = ৩ ফুট; অতএব ভুজত্রয়ের সমষ্টির অর্দ্ধেক $= \frac{৩}{২}$; $\frac{৩}{২} - ১ = \frac{১}{২}$; $\therefore \frac{৩}{২} \times \frac{১}{২} \times \frac{১}{২} = \frac{৩}{১৬}$; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \sqrt{\frac{৩}{১৬}} = \frac{১}{৪} \times \sqrt{৩} = ·৪৩৩০১২৭$।

২। একটী বাটীর এক পার্শ্বে ছাদের আলিসার উপর ত্রিভুজাকার একটী গাঁথনি আছে, বাটীটী ২৪ ফুট প্রশস্ত ও ভূমি হইতে ছাদের আলিসা ৩০ ফুট উচ্চ, এবং আলিসার উপরিভাগে নির্ম্মিত ত্রিভুজাকার গাঁথুনিটীর উর্দ্ধস্থ কোণ হইতে উহার ভূমি অর্থাৎ আলিসার উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ ১০ ফুট; সমেত ত্রিভুজাকার গাঁথুনি বাটীর ঐ পার্শ্বটীর পরিমাণফল কত ?

এস্থলে স্পষ্টই বোধ হইতেছে যে, একটী সমকোণী সমান্তরিকের উপর একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত হইয়াছে; সুতরাং ঐ সমান্তরিক ও ত্রিভুজ উভয়ের প্রত্যেকের পরিমাণফল স্বতন্ত্রভাবে বাহির করিয়া উভয়ের সমষ্টি করিলেই বাটীর উক্ত পার্শ্বের পরিমাণফল পাওয়া যাইবে।

বাটীটীর বিস্তার = ২৪ ফুট, ও উন্নতি = ৩০ ফুট,

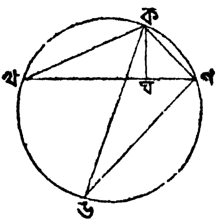
অতএব ভূমি হইতে আলিসা পর্য্যন্ত সমান্তরিকটীর পরিমাণফল = ২৪ × ৩০ = ৭২০ বর্গ ফুট, আর আলিসার উপরিস্থ ত্রিভুজটীর ভূমি = ২৪ ফুট, ও লম্ব অর্থাৎ উন্নতি = ১০ ফুট।

অতএব ত্রিভুজটীর পরিমাণফল $= \frac{২৪ \times ১০}{২} = ২৪ \times ৫ = ১২০$ বর্গ ফুট অতএব সমগ্র পার্শ্বটীর পরিমাণফল = ৭২০ + ১২০ = ৮৪০ বর্গ ফুট।

৩। একটী ত্রিভুজের তিনটী ভুজের পরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে,

উহার বাহিরে উহার চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

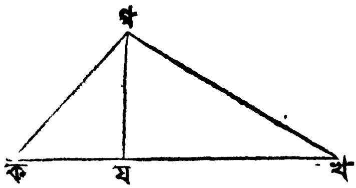
মনে কর কখগ একটী ত্রিভুজ, কঙ ঋজুরেখা উহার বহির্দ্দেশে অঙ্কিত বৃত্তের অন্যতম ব্যাস, কঘ ঋজুরেখা ক কোণ হইতে খগ ভূমির উপর পাতিত লম্ব। গঙ বিন্দুদ্বয় পরস্পর সংযুক্ত কর।



কগঙ বৃত্তার্দ্ধ বলিয়া কগঙ কোণ একটী সমকোণ, অতএব কগঙ কোণ ঘ কোণের সহিত সমান। কোন বৃত্তের একই খণ্ডের অন্তর্গত কোণগুলি পরস্পর সমান হয় বলিয়া কঙগ কোণ কখঘ কোণের সহিত সমান। (১ম অধ্যায়—২য় পরি—২০ উপ), অতএব অবশিষ্ট খকঘ কোণ অবশিষ্ট ঙকগ কোণের সহিত সমান। অতএব কখঘ ও কঙগ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র। এই জন্য আবার কখ:কঘ:: কঙ: কগ, অতএব কখ×কগ= কঘ×কঙ ; অতএব $\text{কঙ} = \frac{\text{কখ}\times\text{কগ}}{\text{কঘ}} = \frac{\text{কখ}\times\text{কগ}\times\text{খগ}}{\text{কঘ}\times\text{খগ}}$

এক্ষণে মনে কর কখগ ত্রিভুজের তিনটী ভুজ যথাক্রমে ১৩, ১৪, ও ১৫ ইঞ্চি। অতএব ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবার দ্বিতীয় নিয়ম অনুসারে কখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ৮৪ বর্গ ইঞ্চি ; অতএব ইহার চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত ত্রিভুজের ব্যাস পরিমাণ $= \frac{\text{১৩}\times\text{১৪}\times\text{১৫}}{\text{২}\times\text{৮৪}} = \frac{\text{৬৫}}{\text{৪}} = \text{১৬}\frac{\text{১}}{\text{৪}}$; অতএব স্পষ্টই প্রতীয়মান হইতেছে যে, কোন ত্রিভুজের চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাস ত্রিভুজের ভুজত্রয়ের গুণফলকে উহার পরিমাণফলের দ্বিগুণ দিয়া ভাগ করিলে যাহা ভাগফল হয়, তাহাই।

৪। একটী সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ পরিমাণ ১০০, এবং একটী ভুজের পরিমাণ ৯৬; সমকোণ হইতে কর্ণরেখার উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ ও ঐ লম্বদ্বারা কর্ণরেখাটী যে দুই অংশে বিভক্ত হইতেছে, তাহা নির্ণয় কর।



এস্থলে কর্ণ **কখ** = ১০০; এবং **খগ** = ৯৬; অতএব $১০০^২ — ৯৬^২$ = ৭৮৪ ∴ **কগ** = $\sqrt{(৭৮৪)}$ = ২৮; এক্ষণে **কগ** ভুজকে ভূমিস্বরূপ ধরিলে ভূমি × লম্ব = ২ পরিমাণফল বলিয়া, ৯৬×২৮ = ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ; আবার **কখ** কর্ণরেখাকে ভুজ ধরিলে ১০০×**খঘ** = ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ। অতএব ১০০×**খঘ** = ৯৮×২৮; ∴ **কঘ** = $\frac{৯৬×২৮}{১০০}$ = ২৬·৮৮। অতএব **কখগ** ত্রিভুজের **খ** সমকোণ হইতে **কগ** কর্ণের উপর পাতিত লম্ব = ২৬·৮৮।

আবার **গকখ** সমকোণী ত্রিভুজের **কগ**=২৮, **গঘ**=২৬·৮৮; অতএব **কঘ** = $\sqrt{(২৮^২ + ২৬·৮৮^২)}$ = $\sqrt{(৭৮৪ — ৭২২·৫৩৪৪)}$ = $\sqrt{(৬১·৪৬৫৬)}$ = ৭·৮৪; ∴ **ঘখ** = **কখ** — **কঘ** = ১০০ — ৭·৮৪ = ৯২·১৬।

---

৯ উদাহরণমালা।

১। একটী সমকোণী ত্রিভুজের ভুজ ও কোটি যথাক্রমে ২৫ ও ৮ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উত্তর ১০০বর্গ ফুট।

২। একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি ১০ ফুট ৫ ইঞ্চি, ও উন্নতি ৭ ফুট ৭½ ইঞ্চি, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উত্তর ৩৯বর্গ ফুট।

৩। একটী সমকোণী ত্রিভুজের পরস্পর লম্ব ভুজদ্বয় যথাক্রমে ১১০ ফুট, ৭ ইঞ্চি, ও ৪৯ ফুট ৬ ইঞ্চি, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? বর্গ গজে ইহার উত্তর দিবে। উত্তর ৩০৪·১০৪$\frac{১}{৬}$বর্গ গজ।

৪। একটী ত্রিভুজের ভূমি ৮$\frac{১}{২}$ গজ, ও লম্ব ৭$\frac{১}{২}$ইঞ্চি; উহার ক্ষেত্রফল কত বর্গ ফুট হইবে? উত্তর ৭·৯৬৮৭৫।

৫। একটী বাটীর আলিসার উপর একটী ত্রিভুজাকার গাঁথুনি আছে, উহার চূড়া হইতে ভূমির উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ ৯ ফুট ৭ ইঞ্চি, এবং উহার ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গ ফুট; আলিসাটীর দৈর্ঘ্য কত হইবে? উত্তর ২০ ফুট, ১০·৪ ইঞ্চি।

৬। কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ২০৮, এবং ভূমি : লম্ব :: ৫ : ১২; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উত্তর ৭৬৮০।

৭। মনে কর একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরস্পর সমান ভুজদ্বয়ের মধ্যে প্রত্যেকটী ৭০০ ফুট, ও ভূমি ৬৯০ ফুট: এইরূপ চারিটী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমবায়ে কত একর হইবে?

উত্তর ১৯·২৯৫৮।

৮। একটী সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ৩৮ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উত্তর ৬২৫$\frac{১}{৪}$বর্গ ফুট।

৯। একটী ত্রিভুজের **কখ** ভুজ ২২৫, **কগ** ভুজ ২৫২, ও **খগ** ভুজ ১৫৩, **খ** কোণ হইতে **কগ** ভুজের উপর পাতিত লম্ব ১৩৫; **ক** কোণ হইতে **খগ** ভুজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে? উত্তর ২২২$\frac{৬}{১৭}$।

১০। একটী সমকোণী ত্রিভুজের কোটিপরিমাণ ৩৭ এবং ভূমিপরিমাণ ৪২; সমকোণটীর চূড়া হইতে কর্ণরেখার উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে? উত্তর ২৭·৭৬৩।

১১। একটী সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণপরিমাণ ৮৫, এবং একটী ভুজ ৭৭; যদি কর্ণরেখাটীকে ত্রিভুজের ভূমি ধরা যায়, তাহা হইলে ত্রিভুজটীর উন্নতি, অর্থাৎ সমকোণ হইতে কর্ণের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে? উত্তর ৩২.৬১১৮।

১২। একটী ত্রিভুজের **কখ** ও **খগ** ভুজদ্বয়ের অন্তর্গত কোণটী একটী সমকোণ, **কখ** = ১৯৮ ও **খগ** = ৪০ ফুট; **খ** কোণ হইতে **কগ** ভুজের উপর যদি একটী লম্ব পাতিত হয়, তাহা হইলে **কঘ** ও **ঘগ** এই উভয়ের পরিমাণ কত হইবে?

উত্তর ১৯৪.০৭৯২ ও ৭.৯২০৮ ফুট।

১৩। নিম্ননির্দ্দিষ্ট পরিমাণবিশিষ্ট ত্রিভুজগুলির ক্ষেত্রফল কত হইবে?

[ক] ভূমি ১৮ ফুট, উন্নতি ৮ ফুট? (উত্তর—৭২ বর্গ ফুট)

[খ] ভূমি ৮ গজ ১ ফুট, উন্নতি ৫ গজ ২ফুট? [উত্তর—২১২

[গ] ভূমি ১০ গজ ২ ফুট ৬ইঞ্চি, উন্নতি ৭গজ ১ফুট ৩ইঞ্চি?

[উত্তর—

১৪। নিম্নলিখিত পরিমাণবিশিষ্ট সমকোণী ত্রিভুজগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(ক) কর্ণপরিমাণ ৪২.১, ভুজ ২৯? [উত্তর—

(খ) কর্ণ ৭৩০ ভুজ ১৫২? উত্তর—

১৫। নিম্ননির্দ্দিষ্ট পরিমাণ ত্রিভুজগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(ক) ভুজত্রয় যথাক্রমে ৫,৫,৬? [উত্তর—

(খ) " " ৬৫,৬৫,১১২? [উত্তর—

(গ) " " ৮৫,৮৫,১৫৪? [উত্তর—

(ঘ) " " ৩৭৩,৩৭৩,৫০৪? [উত্তর—

(ঙ) " " ৩৫০১,৩৬০৪,৩৬০৫?

১৬। দুইটী ত্রিভুজের ভুজগুলি যথাক্রমে ২,৩,৪, এবং ৬, ৭, ও ৯; তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত, উহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর—

১৭। একটী ত্রিভুজের ভুজত্রয় যথাক্রমে ১১,২৪, ও ৩১; সপ্রমাণ কর যে উহার ক্ষেত্রফল ৬৬√৩ হইবে।

১৮। একটী ত্রিভুজের ভুজত্রয় যথাক্রমে ৬৮,৭৫, ও ৭৭; ত্রিভুজটীর মধ্য দিয়া দীর্ঘতম ভুজের সহিত সমান্তর একটী ঋজু-রেখা টানা হইয়াছে; এই সমান্তর ঋজুরেখাদ্বারা অবশিষ্ট ভুজ-দ্বয় সমানভাবে দ্বিখণ্ডিত হইয়াছে; ত্রিভুজটী যে দুই অংশে বিভক্ত হইয়াছে, উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

[উত্তর—

১৯। একটী ত্রিভুজের ভুজগুলি যথাক্রমে ১১১,১৭৫,ও১৭৬; ত্রিভুজটীর মধ্য দিয়া উহার দীর্ঘতম ভুজের সহিত সমান্তর দুইটী ঋজুরেখা টানা হইয়াছে; এই দুইটী ঋজুরেখাদ্বারা অবশিষ্ট ভুজদ্বয় সমভাবে ত্রিখণ্ডিত হইয়াছে, ত্রিভুজটী যে তিন খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে, উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [উত্তর—

২০। একটী ত্রিভুজের তিনটী ভুজ যথাক্রমে ১৩,১৪, ও ১৫ ফুট; ১৪ ফুট পরিমিতি ভুজের উপর উহার অভিমুখীন কোণ হইতে পাতিত লম্বের পরিমাণ নির্ণয় কর। উত্তর—

২১। একটী ত্রিভুজের তিনটী ভুজ যথাক্রমে ৫১,৫২ ও ৫৩; ফুট; ৫২ ফুট পরিমিতি ভুজের উপর উহার অভিমুখীন কোণ হইতে পাতিত লম্বের পরিমাণ নির্ণয় কর; ও ঐ লম্বদ্বারা ত্রিভু-জটী যে দুই ত্রিভুজে বিভক্ত হইয়াছে; উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর—

২২। একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ১০০ ফুট; বর্গক্ষেত্রের মধ্যে একটী বিন্দু গ্রহণ করা হইল, ঐ বিন্দুটী অন্যতম ভুজের প্রান্তদ্বয় হইতে যথাক্রমে ৬০ ফুট ও ৮০ ফুট অন্তরে অবস্থিত; বিন্দুটীকে বর্গক্ষেত্রের চারিটী কৌণিক বিন্দুর সহিত সংযুক্ত করিয়া দিলে যে চারিটী ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর—

২৩। **কখগ** একটী ত্রিভুজ, **ক** কোণ হইতে **খগ** ভুজের উপর **কঘ** লম্ব পাতিত হইয়াছে; **কঘ**=১৩ এবং **ঘ** বিন্দু হইতে **কখ** ও **কগ** ভুজদ্বয়ের উপর পাতিত লম্বদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ৫, ও ১০·৪ ফুট; ত্রিভুজটীর ভুজত্রয়ের পরিমাণ ও উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর—

২৪। একটী ত্রিভুজাকার ধান্যক্ষেত্রের পার্শ্বত্রয় যথাক্রমে ৩৫০, ৪৪০, ও ৭৫০ গজ, এই ক্ষেত্রটীর বাৎসরিক খাজানা ২৬ পাউণ্ড, ৬ শিলিং, একরের প্রতি বাৎসরিক খাজানার কত পড়তা হইল নির্ণয় কর। উত্তর—

২৫। একটী ত্রিভুজের ভুজত্রয় যথাক্রমে ৫, ১২, এবং ১৩ এই তিন রাশির সহিত সমানুপাত, ত্রিভুজটীর পরিমিতি অর্থাৎ ভুজত্রয়ের সমষ্টি ৫০ গজ; উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

উত্তর—

২৬। একটী বাটীর এক পার্শ্বে ছাদের উপর একটী ত্রিভুজাকার গাঁথুনি আছে; বাটীটীর বিস্তার ২৭ ফুট, ভূমি হইতে কার্ণিস পর্য্যন্ত ৩৩ ফুট উচ্চ, এবং ত্রিভুজাকার গাঁথুনির উন্নতি ১২ ফুট; এই পার্শ্বটী সমুদয় চিত্রিত করিতে প্রতি বর্গ গজে ১ শিলিং ৯ পেনী করিয়া ব্যয় পড়িলে, সমুদয়ে কত ব্যয় পড়িবে বলিতে পার। উত্তর—

২৭। একটী ত্রিভুজের ভুজত্রয় যথাক্রমে ২৯৩, ২৮৫, ও ৬৮, ইহার বহির্দ্দেশে অঙ্কিত বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসপরিমাণ কত হইবে? উত্তর—

২৮। যে বর্গক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ৬ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উত্তর ১৮ বর্গ ফুট।

২৯। যে আয়তক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ১০ ফুট, ও একটী ভুজের পরিমাণ ৮ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর ৪৮ বর্গ ফুট।

৩০। ৩২, ৪৮ হস্ত পরিমিত ভুজত্রয়বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা, ১৫০ হস্ত দীর্ঘ ও ৪৫ হস্ত বিস্তৃত আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত গুরু বা লঘু? উত্তর ৬০০৩·৪ ইঞ্চি বর্গ অধিক।

৩১। যে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের একটী ভুজ ২৮৪ ও শীর্ষ কোণ হইতে তদুপরি পাতিত লম্বের পরিমাণ ১।০; তাহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর বিঘা ১৮১৮৵০।

৩২। একটী ত্রিভুজ ও একটী বর্গক্ষেত্র এই উভয়ের ক্ষেত্রফল সমান, বর্গক্ষেত্রটীর ভুজপরিমাণ ৪৯·১৯৩৫ গজ, এবং ত্রিভুজটীর উন্নতি ৩৮·৪১২৬ গজ; ত্রিভুজের ভূমিপরিমাণ কত?

উত্তর ১২৬ গজ।

৩৩। একটী ত্রিভুজ ও একটী বর্গক্ষেত্র উভয়ের ক্ষেত্রফল সমান, ত্রিভুজটীর তিনটী ভুজ যথাক্রমে ৫০০, ৮০০, ও ৭৮০ ফুট; বর্গক্ষেত্রটীর ভুজপরিমাণ কত হইবে?

উত্তর ১৪৪·২২২ গজ।

পঞ্চম পরিচ্ছেদ।

বিষম চতুর্ভুজ বা ট্রাপীজিয়ম ক্ষেত্র।

সমান্তরিক ব্যতীত আর সমুদয় চতুর্ভুজ ক্ষেত্রেরই সাধারণ নাম ট্রাপীজিয়ম বা বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্র। বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্র-সমূহের মধ্যে যে গুলির ভুজচতুষ্টয়ের মধ্যে দুইটী মাত্র অন্যোন্য-সম্মুখীন ভুজ সমান্তর আর দুইটী সমান্তর নহে তৎসমুদয়কে ট্রাপীজিয়ড এই পারিভাষিক সংজ্ঞায় নির্দ্দেশ করা হইয়া থাকে।

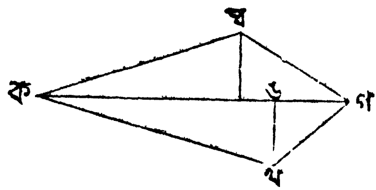
কিঞ্চিৎ অনুধাবন করিয়া দেখিলে স্পষ্টই প্রতীয়মান হইবে যে, সমান্তরিক ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে যেরূপ যুক্তি ও প্রণালী অবলম্বন করিতে হয়, বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে সেইরূপ যুক্তি ও প্রক্রিয়া কার্য্য-কর হয় না, সুতরাং বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবার জন্য স্বতন্ত্র নিয়মের প্রয়োজন। বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কালি করিতে শিখিবার পূর্ব্বে শিক্ষার্থীদিগকে ত্রিভুজক্ষেত্রের কালি করিতে শিখিতে হইবে।

নিয়ম। কোন নির্দ্দিষ্ট বিষম চতুর্ভুজের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ ক্ষেত্রটীর কর্ণদ্বয়ের মধ্যে একটী কর্ণ টানিয়া ক্ষেত্রটীকে দুইটী ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করিতে হইবে, পরে ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবার নিয়ম অনুসারে উক্ত ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফল পৃথক্ পৃথক্ নির্ণয় করিতে হইবে। পরে ঐ দুই ক্ষেত্রফল পরস্পর যোগ করিলেই সমষ্টি নির্ণেয় ক্ষেত্র-ফল হইবে।

(এ স্থলে বিষম চতুর্ভুজের অন্যতর কর্ণ ও ঐ কর্ণের পরস্পর বিপরীত পৃষ্ঠে উৎপন্ন ত্রিভুজদ্বয়ের উচ্ছ্রায় অর্থাৎ উন্নতি নির্দ্দিষ্ট থাকা আবশ্যক।)

উদাহরণ।

১। কখগঘ নামক একটী বিষম চতুর্ভুজের অন্যতর কর্ণের পরিমাণ ১২ ফুট, এবং ঐ কর্ণের উপর উহার উভয়পৃষ্ঠস্থ অভিমুখীন কোণ হইতে পাতিত লম্বদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ৩ ও ৪ ফুট, অর্থাৎ খঙ ৩ ফুট, ও ঘচ ৪ ফুট; সমগ্র ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত হইবে?



এস্থলে কগ = ১২ ফুট, খঙ = ৩ ফুট, ঘচ = ৪ ফুট;

অতএব কগখ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$×১২×৩ = ১৮;

কগঘ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$×১২×৪ = ২৪;

১৮+২৪ = ৪২; অতএব সমগ্র চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল ৪২ বর্গ ফুট।

২। একটী বিষম চতুর্ভুজের কর্ণপরিমাণ ৮৮ হস্ত, এবং উহার অভিমুখীন কোণদ্বয় হইতে উহার উপর পাতিত লম্বদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ৩০, ও ২৫ হস্ত; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর।

এস্থলে কর্ণরেখা ও দুই দুইটী ভুজের দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে:—

একের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$×৮৮×৩০ = ১৩২০;

অন্যের " = $\frac{1}{2}$×৮৮×২৫ = ১১০০;

১৩২০+১১০০ = ২৪২০ বর্গ হস্ত। অতএব সমগ্র ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল = ২৪২০ বর্গ হস্ত।

[কোন বিষম চতুর্ভুজের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উক্ত বিষম চতুর্ভুজকে উহার কর্ণরেখা টানিয়া দুইটী ত্রিভুজে বিভক্ত করিয়া প্রত্যেক ত্রিভুজের পরিমাণফল পৃথক্ পৃথক্ নির্ণয় পূর্ব্বক উহাদের সমষ্টি বাহির করিতে হয়; কিন্তু এরূপ না করিয়া উন্নতিপরিমাণদ্বয়ের সমষ্টিকে কর্ণপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেও উক্ত পরিমাণফল পাওয়া যায়, অথচ প্রক্রিয়ার সংক্ষেপ হইয়া থাকে, ফলতঃ উভয় প্রক্রিয়া একই, কিন্তু শেষেরটী অতিশয় সংক্ষিপ্ত। প্রথম উদাহরণে উন্নতিপরিমাণদ্বয়ের সমষ্টি $=$ ৪ $+$ ৩ $=$ ৭ ফুট, অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ১২ $\times$ ৭ $=$ ৪২ বর্গ ফুট। এইরূপ সর্ব্বত্রই বুঝিতে হইবে।]

যেখানে কোন চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় অন্যোন্যসম্পাত স্থলে পরস্পর সমকোণ করে, তথায় পূর্ব্বোক্ত নিয়মের পরিবর্ত্তে নিম্নলিখিত নিয়ম অনুসারে প্রক্রিয়া করিলেই নির্ণেয় পরিমাণফল পাওয়া যাইবে।

নিয়ম। দুইটী কর্ণকে পরস্পর গুণ করিয়া, গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ করিলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে।

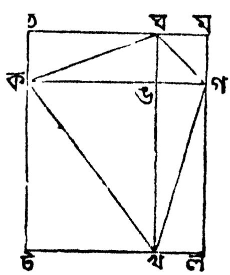
উদাহরণ।

১। একটী চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ২৬ ফুট ও ২৪ ফুট, এবং তাহারা পরস্পর সম্পাতে সমকোণ করিতেছে, ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত?

সূত্রানুসারে নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{২৬ \times ২৪}{২} =$ ২৬ $\times$ ১২ $=$ ৩১২ বর্গফুট।

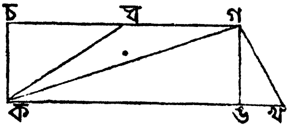
(রম্বসক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় অন্যান্যসম্পাত দ্বারা সমকোণ উৎপন্ন করে, সুতরাং রম্বসের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার কর্ণদ্বয়ের পরিমাণকে পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেও ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।)

যুক্তি। একটী প্রতিকৃতি অঙ্কিত করিলেই উপরি উক্ত নিয়মের যুক্তি স্পষ্টরূপে বুঝিতে পারা যাইবে। মনে কর কখগঘ যেন এরূপ একটী চতুর্ভুজ ক্ষেত্র যে উহার কগ ও খঘ কর্ণদ্বয় পরস্পর সমকোণ করিতেছে। মনে কর কগ ও খঘ কর্ণদ্বয় ঙ বিন্দুতে পরস্পর কর্ত্তন করিতেছে। ক ও গ বিন্দুদ্বয়ের মধ্য দিয়া খঘ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর ঋজুরেখা টান, ও খ ও ঘ বিন্দুদ্বয়ের মধ্য দিয়া কগ ঋজুরেখার সহিত সমান্তর ঋজুরেখা টান। এই প্রকারে টলমঠ সমকোণী সমান্তরিক উদ্ভূত হইবে। এক্ষণে স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, কঙখ ত্রিভুজ খটক ত্রিভুজের সহিত সমান, খঙগ ত্রিভুজ গলখ ত্রিভুজের সহিত সমান, গঙঘ ত্রিভুজ ঘমগ ত্রিভুজের সহিত সমান, এবং ঘঙক ত্রিভুজ কঠঘ ত্রিভুজের সহিত সমান। অতএব স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, কখগঘ চতুর্ভুজ টলমঠ সমকোণী সমান্তরিকের অর্দ্ধেক। অতএব কখগঘ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কগ ও খঘ কর্ণদ্বয়ের গুণফলের অর্দ্ধেক।



ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিবার নিমিত্ত একটী স্বতন্ত্র নিয়ম নির্দ্দিষ্ট হইয়া থাকে। নিম্নে সেই নিয়মটী প্রদত্ত হইল।

মনে কর কখগঘ একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্র। ইহার কখ ও গঘ ভুজদ্বয় পরস্পর সমান্তর। গ বিন্দু হইতে কখ ঋজুরেখার সহিত সমকোণ করিয়া গঙ ঋজুরেখা টান, এবং ক বিন্দু



হইতে গঘ ঋজুরেখার সহিত সমকোণ করিয়া কচ ঋজুরেখা টান। তাহা হইলে কখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$কখ$\times$গঙ; আর কঘগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ গঘ $\times$ কচ। এক্ষণে স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, কচ $=$ গঙ; অতএব চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল $=$ গঙ $\times \frac{(\text{কখ} + \text{গঘ})}{২}$ এই যুক্তি অনুসারে নিম্নলিখিত নিয়মটী উদ্ভাবিত হইয়াছে।

নিয়ম। কোন নির্দ্দিষ্ট ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহাদের পরস্পর সমান্তর ভুজদ্বয়কে উহাদের উভয়ের অন্তর্গত পরস্পরের লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ কর। উহাই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল।

উদাহরণ।

১। একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের সমান্তর ভুজদ্বয় যথাক্রমে ২ ফুট ৬ ইঞ্চি, এবং ৩ ফুট ৪ ইঞ্চি, আর ইহাদের উভয়ের মধ্যগত লম্বের পরিমাণ ১ ফুট ৮ ইঞ্চি; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত?

২ ফুট ৬ ইঞ্চি $=$ ২$\frac{১}{২}$ ফুট; ৩ ফুট ৪ ইঞ্চি $=$ ৩$\frac{১}{৩}$ ফুট; ১ ফুট ৮ ইঞ্চি $=$ ১$\frac{২}{৩}$ ফুট, ২$\frac{১}{২}$ $+$ ৩$\frac{১}{৩}$ $=$ ৫$\frac{৫}{৬}$; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $=$ $\frac{১}{২} \times$ ৫$\frac{৫}{৬}$ $\times$ ১$\frac{২}{৩}$ $= \frac{১}{২} \times \frac{৩৫}{৬} \times \frac{৫}{৩} = \frac{১৭৫}{৩৬} =$ ৪$\frac{৩১}{৩৬}$ বর্গ ফুট।

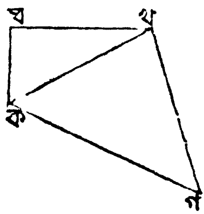
২। একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের সমান্তর ভুজদ্বয় যথাক্রমে ২৩৪ ও ১০৪ ইঞ্চি; আর উহাদের লম্বপরিমাণ ৯২ ইঞ্চি; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত?

সূত্রানুসারে নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $=\frac{(২৩৪+১০৪)\times ৯২}{২}$

১৫৫৪৮ বর্গ ইঞ্চি = ১০৭ বর্গ ফুট ৪০ ইঞ্চি।

বিবিধ উদাহরণ।

১। **কঘখগ** একটী বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্র; **কঘ** = ৩ ফুট **ঘখ** = ৪ ফুট; **খগ** = ৬ ফুট; **গক** = ৭ ফুট; আর **কঘক** কোণ একটী সমকোণ; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর।



কখ কর্ণরেখা টান; **কঘখ** সমকোণী ত্রিভুজ বলিয়া **কখ** = $\sqrt{}$(৯+১৬) = $\sqrt{}$(২৫) = ৫

অতএব **কঘখ** ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ½ × ৪ × ৩ = ৬; আর **কখগ** ত্রিভুজের ভুজত্রয়ের পরিমাণ জানা হইল বলিয়া উহার ক্ষেত্রফল এই প্রকারে নির্ণীত হইবে।

৫+৬+৭ = ১৮; ½ × ১৮ = ৯; ৯—৫ = ৪; ৯—৬ = ৩; ৯—৭ = ২; ৯ × ৪ × ৩ × ২ = ২১৬; $\sqrt{}$(২১৬) = ১৪·৬৯৭ তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত। অতএব সমগ্র ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল = ৬ + ১৪·৯৬৭ = ২০·৯৬৭ বর্গ ফুট।

২। একটী রম্বস ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৮০ ফুট ও ৬০ ফুট; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল, প্রত্যেক ভুজের দৈর্ঘ্য, ও ক্ষেত্রের উচ্ছ্রায় কত নির্ণয় কর।

পরিমাণফল = ½ × ৮০ × ৬০ = ২৪০০ বর্গ ফুট।

রম্বসক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমভাবে দ্বিখণ্ডিত হয়, অত-

এবং ইহার ভুজপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইলে এরূপ একটী সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণপরিমাণ নির্দ্ধারণ করিতে হইবে, যাহার ভুজপরিমাণ যথাক্রমে ৪০ ও ৩০ ফুট। অতএব নির্ণেয় কর্ণপরিমাণ $= \sqrt{(২৫০০)}$ অতএব নির্ণেয় ভুজপরিমাণ = ৫০ ফুট।

আবার ক্ষেত্রটীর উন্নতি $= \frac{২৪০০}{৫০} =$ ৪৮ ফুট।

৩। একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের পরস্পর সমান্তর ভুজদ্বয়ের মধ্যে একটী অপরটী অপেক্ষা ২ ইঞ্চি বড়, ক্ষেত্রটীর উন্নতি ৭ ইঞ্চি, ও পরিমাণফল ৬৬½ বর্গ ইঞ্চি; প্রত্যেক সমান্তর ভুজের পরিমাণ নির্ণয় কর।

মনে কর ক্ষুদ্রতর ভুজের পরিমাণ স; সুতরাং অপর ভুজটী স + ২; অতএব প্রশ্নানুসারে $\frac{(২স+২)\times৭}{২} = ৬৬\frac{১}{২}$

$\frac{১৪ স + ১৪}{২} = \frac{১৩৩}{২}$ অতএব ১৪ স + ১৪ = ১৩৩ অতএব ১৪ স = ১১৯, অতএব স $= \frac{১১৯}{১৪} = ৮\frac{৭}{১৪} = ৮\frac{১}{২}$;

সুতরাং স + ২ $= ৮\frac{১}{২} + ২ = ১০\frac{১}{২}$; অতএব সমান্তর ভুজদ্বয় যথাক্রমে ৮½ ও ১০ ½ ইঞ্চি।

১০ম উদাহরণমালা।

১। যে বিষম চতুর্ভুজের কর্ণরেখা ৫০·০৮ ফুট; ও লম্বদ্বয় যথাক্রমে ১০·১২, ও ৮·৪ ফুট; তাহার পরিমাণফল কত?

উত্তর ৬৪৩·৭৪০৮।

২। কর্ণরেখা ৫৪ ফুট; লম্বদ্বয় ২৩ ফুট ৯ ইঞ্চি; ও ১৮ ফুট ৩ ইঞ্চি; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত? উত্তর ১১৩৪ বর্গ ফীট।

৩। কর্ণরেখা ১০ চেন ১৪ লিঙ্ক, লম্বদ্বয় ৬ চেন ২৭ লিঙ্ক ও ৮ চেন ৩ লিঙ্ক; পরিমাণফল কত? উত্তর ৭২·৬৫৩১ বর্গ চেন।

৪। কর্ণরেখা ১৮ গজ ২ফুট; ও লম্বদ্বয়ের সমষ্টি ১৬ গজ ১ ফুট; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর। উত্তর ১৩৭২ বর্গ ফুট।

৫। একটী বিষম চতুর্ভুজের ভুজ ৩৭ একর, ১ রুড, ১৬ পোল; ও একটী কর্ণ ২৫ চেন; পরস্পর অভিমুখীন কোণদ্বয় হইতে উক্ত কর্ণের উপর পাতিত লম্বদ্বয়ের সমষ্টি নির্ণয় কর।

উত্তর ২৯·৮৮ চেন।

৬। একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের পরস্পর সমান্তর ভুজদ্বয় ৩ ফুট ও ৫ ফুট; আর লম্ব পরিমাণ ১০ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত? উত্তর ৪০ বর্গ ফুট।

৭। সমান্তর ভুজদ্বয় ১০ ফুট, ও ১২ ফুট, আর লম্বপরিমাণ ৪ ফুট, ক্ষেত্রফল কত? উত্তর ৪৪ বর্গ ফুট।

৮। যে ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের সমান্তর ভুজদ্বয় ৩৬ ও ৪৪ ফুট; ও লম্বপরিমাণ ৯ফুট; তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ—৪০ বর্গ গজ।

৯। একটী ট্রাপীজিয়ড আকার ধান্যক্ষেত্রের সমান্তর ভুজদ্বয় ১৮৫৬ ও ১৬২৩ লিঙ্ক, এবং লম্বপরিমাণ ২১৫০ লিঙ্ক; উহার পরিমাণফল কত? (উত্তর ৩৭ একর, ১ রুড, ২৩·৮৮ পোল)

১০। একটী ট্রাপীজিয়ড আকার প্রদেশের সমান্তর ভুজদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ২৭৬ মাইল ও ২১৬ মাইল, ইহার বিস্তার ১৪৫ মাইল; উহার পরিমাণফল কত একর হইবে?

উত্তর ২২৮২৮৮০০ একর।

১১। সমান্তর ভুজদ্বয় ১৪ গজ ও ২০ গজ, ও লম্বপরিমাণ ১২ গজ; ক্ষেত্রফল কত? উত্তর ২০৪ বর্গ গজ।

১২। সমান্তর ভুজদ্বয়ের সমষ্টি ৬২৫ লিঙ্ক; ও লম্বপরিমাণ ১৬০ লিঙ্ক; পরিমাণফল নির্ণয় কর। উত্তর ৫ বর্গ চেন।

১৩। একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৩½ একর;

আর সমান্তর ভুজদ্বয়ের সমষ্টি ২৪২ গজ; উহাদের অন্তর্গত লম্বের পরিমাণ কত? উত্তর ১২৫ গজ।

১৪। একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের সমান্তর রেখাদ্বয়, ৩ ফুট, ও ৫ ফুট; ও লম্বপরিমাণ ১০ ফুট; সমান্তর ঋজুরেখাদ্বয়ের ঠিক মধ্যস্থলে অর্থাৎ উহাদের অন্তর্গত লম্বকে সমভাগে দ্বিখণ্ডিত করিয়া উহার ছেদবিন্দুর মধ্য দিয়া উক্ত ঋজুরেখাদ্বয়ের সহিত সমান্তর অপর একটী ঋজুরেখা টানা হইল; ট্রাপীজিয়ডটী যে দুই ভাগে বিভক্ত হইল, উহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফল স্বতন্ত্র-রূপে নির্ণয় কর। উত্তর ১৭½ বর্গ ফুট ও ২২½ বর্গ ফুট।

১৫। একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের সমান্তর ভুজদ্বয় ১৪ ফুট ও ২০ ফুট ও লম্বপরিমাণ ১২ গজ; ক্ষেত্রটীর মধ্যভাগে সমান্তর ভুজদ্বয়ের সহিত সমান্তর করিয়া দুইটী ঋজুরেখা টানা হইয়াছে, এই দুই ঋজুরেখাদ্বারা অপর ভুজদ্বয় প্রত্যেকে তিন তিন সমান অংশে বিভক্ত হইয়াছে, ক্ষেত্রটী যে তিন অংশে বিভক্ত হইয়াছে, উহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফল নির্ণয় কর।

উত্তর ৬০, ৬৮, ও ৭৬ বর্গ গজ।

১৬। কোন একটী চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণরেখাদ্বয় যথাক্রমে ২৬ ফুট, ও ২৪ ফুট; এবং ইহারা পরস্পর সমকোণ করিতেছে, ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর। উত্তর ৩১২ বর্গ ফুট।

১৭। একটী রম্বস ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় ৮৮ গজ ও ১১০ গজ, ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত? উত্তর ১ একর।

১৮। একটী রম্বস ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় ৬৪ গজ ও ৩৬ গজ; ইহার পরিমাণফল কত? প্রত্যেক বর্গ গজে চারি আনা করিয়া পড়িলে এই ক্ষেত্রটীর উপর মাটীর চাপড়া বসাইতে কত ব্যয় পড়িবে? উত্তর ১১৫২ বর্গ গজ; ১৯ পাউণ্ড ৪ শিলিঙ।

১৯। একটী রম্বস ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৫২২০৪ বর্গ ফুট; এবং ইহার একটী কর্ণ ২৪৮ ফুট; অপরটীর পরিমাণ কত?

উত্তর ৪২১ ফুট।

২০। কখগঘ একটী চতুর্ভুজ, কখ=২৮ ফুট, খগ=৪৫ ফুট, গঘ=৫১ ফুট; ঘক=৫২ ফুট; কর্ণরেখা=৫৩ ফুট; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর। উত্তর ১৮০০ বর্গ ফুট।

২১। একটী বিষম চতুর্ভুজের ভুজচতুষ্টয় যথাক্রমে ২৭, ৩৬, ৩০ ও ২৫ ফুট; এবং প্রথম দুইটী ভুজের অন্তর্গত কোণ একটী সমকোণ; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর।

উত্তর ৮৩৯·৫৫৩ বর্গ ফুট।

২২। একটী রেলওয়ে প্লাটফারমের পরস্পর অভিমুখীন ভুজদ্বয় সমান্তর, এবং ইহার অবশিষ্ট ভুজদ্বয় পরস্পর সমান, সমান্তর ভুজদ্বয় যথাক্রমে ৮০ ফুট ও ৯২ ফুট; সমান ভুজদ্বয় প্রত্যেকে ১০ ফুট; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত?

উত্তর ৬৮৮ বর্গ ফুট।

২৩। একটী রম্বস ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে ৮৮, ও ২৩৪ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর; আর উহার ভুজের দৈর্ঘ্য, ও ক্ষেত্রটীর উন্নতি এই দুইটীও নির্ণয় কর। উত্তর ১০২৯৬ বর্গ ফুট।

২৪। এমন একটী সমবাহু ত্রিভুজ আছে, যাহার ক্ষেত্রফল এমন একটী ট্রাপীজিয়ড ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সহিত সমান, যাহার সমান্তর ভুজদ্বয় যথাক্রমে ১ ইঞ্চির $\frac{১}{৮}$ ও $\frac{১}{৬}$ ভাগ, এবং বিস্তার ১ ইঞ্চির $\frac{৩}{১৮}$ ভাগ; ত্রিভুজটীর ভুজপরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর—·৩৪৬৮ ইঞ্চি।

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ।

বহুভুজ ক্ষেত্র—সমবহুভুজ ও বিষম বহুভুজ।

চতুর্ভুজ ক্ষেত্র পর্য্যন্ত স্বতন্ত্র নামে পরিগণিত হইয়া থাকে; সুতরাং চারি অপেক্ষা অধিক ভুজবিশিষ্ট ক্ষেত্রের সাধারণ নাম বহুভুজ। বহুভুজ ক্ষেত্র দুই প্রকার, সমবহুভুজ ও বিষম বহুভুজ। যে বহুভুজের সকল ভুজ ও সকল কোণ পরস্পর সমান, তাহার নাম সমবহুভুজ, আর যাহার ভুজ ও কোণগুলি পরস্পর সমান নহে, তাহাকে বিষম বহুভুজ কহে।

সমবহুভুজ ক্ষেত্র।

পঞ্চভুজ, ষড়্ভুজ, সপ্তভুজ, অষ্টভুজ প্রভৃতি সমুদায় সমবহুভুজ ক্ষেত্রকেই উহাদের ভুজসংখ্যানুসারে পরস্পর সমান ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করা যাইতে পারে, অর্থাৎ যাহার যত গুলি ভুজ, তাহাকে তত গুলি সমান ত্রিভুজে বিভক্ত করিতে পারা যায়, পঞ্চভুজ পাঁচটী, ষড়্ভুজ ছয়টী; সপ্তভুজ সাতটী, অষ্টভুজ আটটী ইত্যাদি সমান ত্রিভুজে বিভক্ত হয়। সমবহুভুজ ক্ষেত্রের মধ্যস্থলে এরূপ একটী বিন্দু আছে, যে উহা হইতে ক্ষেত্রের যে কোন ভুজের উপর লম্বপাত কর, লম্বগুলি পরস্পর সমান হইবে, এই বিন্দুটীকে সমবহুভুজ ক্ষেত্রের কেন্দ্র কহে। এক্ষণে স্পষ্টই প্রতীয়মান হইতেছে যে, কোন নির্দ্দিষ্ট সমবহুভুজ ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে, উহা যতগুলি ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত হইতে পারে, তৎসমুদয়ের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র নির্ণয়পূর্ব্বক উহাদের সমষ্টি গ্রহণ করিতে হইবে, ঐ সমষ্টিই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল। সমবহুভুজ ক্ষেত্রের সমুদয় ভুজগুলি পরস্পর সমান, ও উহার কেন্দ্র হইতে প্রত্যেক ভুজের উপর পাতিত লম্ব

পরস্পর সমান, সুতরাং স্পষ্টই বোধ হইতেছে যে, স্বতন্ত্রভাবে সমুদয় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়পূর্ব্বক উহাদের সমষ্টি গ্রহণ না করিয়া সমুদয় ভুজের সমষ্টিকে লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণ-ফলের অর্দ্ধেক লইলেই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইতে পারে। যদি ভুজপরিমাণকে ১ ধরা যায়, তাহা হইলে পঞ্চভুজ ষড়ভুজ প্রভৃতি কোন্ প্রকার বহুভুজের লম্বপরিমাণ কত হইবে তাহা ত্রিকোণমিতির সাহায্যে একটী তালিকাকারে লিখিত হইয়াছে, অতএব ভুজপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট থাকিলে সকল প্রকার সমবহুভুজ ক্ষেত্রের লম্বপরিমাণ এই তালিকার সাহায্যে অনায়াসে নির্ণীত হইতে পারে। সুতরাং কোন নির্দ্দিষ্ট সমবহুভুজ ক্ষেত্রের ভুজ-পরিমাণমাত্র নির্দ্দিষ্ট থাকিলেও উক্ত তালিকার সাহায্যে উহার লম্বপরিমাণ নির্ণয় করিয়া উপরিউক্ত নিয়মানুসারে উহার ক্ষেত্র-ফল নির্ণয় অতি সহজেই সম্পন্ন হয়। নিম্নে সমবহুভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবার জন্য পারিভাষিক নিয়ম প্রদত্ত হইল।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট সমবহুভুজ ক্ষেত্রের সমুদয় ভুজের পরিমাণ করিয়া, ঐ সমষ্টিকে বহুভুজের কেন্দ্র হইতে উহার যে কোন ভুজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক দ্বারা গুণ কর, ঐ গুণফল নির্ণেয় পরিমাণফল হইবে।

(যদি লম্বপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট না থাকে উল্লিখিত তালিকা হইতে দেখিয়া লও)

উদাহরণ।

১। একটী সমপঞ্চভুজের ভুজপরিমাণ ৩১২৫ ইঞ্চি, এবং কেন্দ্র হইতে ঐ ভুজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ ৮৬ ইঞ্চি; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর।

কেন্দ্র হইতে উক্ত ভুজের পার্শ্বে ঋজুরেখা টানিলে যে

ত্রিভুজটী উৎপন্ন হইবে সেটীর ক্ষেত্রফল = ½ (১২৫×৮৬) = ৫৩৭৫ বর্গ ইঞ্চি ; ক্ষেত্রটী সমপঞ্চভুজ বলিয়া এইরূপ পাঁচটী ত্রিভুজ হইবে, সুতরাং সমগ্র ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ৫৩৭৫ × ৫ = ২৬৮৭৫ বর্গ ইঞ্চি।

এক্ষণে সূত্রানুসারে নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = $\frac{১২৫ \times ৫ \times ৮৬}{২}$ = ২৬৮৭৫ বর্গ ইঞ্চি।

২। একটী সম সপ্তভুজের ভুজপরিমাণ ৫৯ ফুট ; উহার পরিমাণফল কত ?

ইহার লম্বপরিমাণ = ৫৯×১.০৩৮২৬১ ;

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = $\frac{৫৯ \times ৭ \times ১.০৩৮২৬১ \times ৫৯}{২}$ = ১৪০৫.৫১৭ বর্গ গজ।

বিষম বহুভুজ ক্ষেত্র।

বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে, উহাকে সুবিধামত ত্রিভুজ, সমচতুর্ভুজ, বিষম চতুর্ভুজ ট্রাপীজিয়ড প্রভৃতি ক্ষেত্রে বিভক্ত করিয়া তৎতৎক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণায়ক সূত্রের সাহায্যে, প্রত্যেকের ফল নির্ণয়পূর্ব্বক সমষ্টি করিলে নির্ণেয় পরিমাণফল পাওয়া যাইবে।

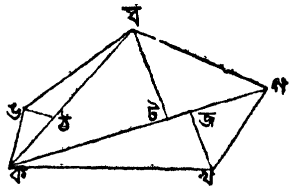
উদাহরণ।

১। **কখগঘঙ** একটী বিষম পঞ্চভুজ ক্ষেত্র, **খছ**, ও **ঘট** এই দুইটী ঋজুরেখা **কগ** কর্ণের লম্বদ্বয়, আর **ঙঠ** ঋজুরেখা **কঘ** ঋজুরেখার লম্ব ; নিম্নলিখিত মাপগুলি জরিপ আমীন গ্রহণ করিয়াছে।

কগ = ১৯.৪ ফুট ; কঘ = ৮.৭ ফুট ; খজ = ৪.৮ ফুট ;

ঘট = ৬.৫ ফুট ; ঙঠ = ৩.২ ফুট ; সমগ্র ক্ষেত্রের পরিমাণফল কত ?

ত্রিভুজক্ষেত্রের নিয়মানুসারেঃ—



কখগ ত্রিভুজের পরিমাণফল
=½ × ১০·৪ × ৪·৮ = ২৪·৯৬ ;

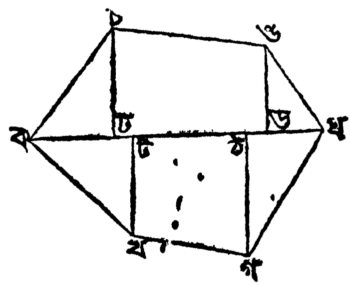
কগঘ ত্রিভুজের পরিমাণফল
=½ × ১০·৪ × ৬·৫ = ৩৩·৮ ;

কঙঘ ত্রিভুজের পরিমাণফল
=½ × ৮·৭ × ৩·২ = ১৩·৯২ ;

অতএব সমগ্র ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল
=২৪·৯৬+৩৩·৮+১৩·৯২ = ৭২·৬৮ বর্গ ফুট।

২। **কখগঘঙচ** একটী বিষম ষড়্ভুজ ; **খট**, **গঠ**, **ঙড**, **চঢ**, এই কয়টী **কঘ** ঋজুরেখার লম্ব ; নিম্নে কয়েকটী মাপ ফুটে গ্রহণ করা হইয়াছে ; **কট**=৩, **গঠ**=৪, **ঙড**=৪·৭, **চঢ**=৫·১ ; **কট**=৩·৪, **টঠ**=৩·২, **ঠঘ**=৪·১, **কঢ**=৩·৩, **ঢড**=৫·৩ ; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর।

উল্লিখিত মাপগুলি হইতে নিম্নলিখিত মাপগুলি পাওয়া যাইবে, **কঘ**=১০·৭, **কড**=৮·৬, অতএব **ডঘ**=১০·৭ − ৮·৬ = ২·১,



কটখ ত্রিভুজের পরিমাণফল=½ × ৩·৪ × ৩ = ৫·১,

খটঠগ ট্রাপীজিয়ডের পরিমাণফল=½ × ৭ × ৩·২ = ১১·২,

ঘঠগ ত্রিভুজের পরিমাণফল=½ × ৪·১ × ৪ = ৮·২,

কঢচ ত্রিভুজের পরিমাণফল=½ × ৩·৩ × ৫·১ = ৮·৪১৫,

চঢডঙ ট্রাপীজিয়ডের পরিমাণফল=½ × ৯·৮ × ৫·৩ = ২৫·৯৭,

ঙডঘ ত্রিভুজের পরিমাণফল = $\frac{1}{2}$×২.১×৪.৭ = ৪.৯৩৫,

অতএব সমগ্র ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল = ৫.১ + ১১.২ + ৮.২ + ৮.৪১৫ + ২৫.৯৭ + ৪.৯৩৫ = ৬৩.৮২ বর্গ ফুট।

বিবিধ উদাহরণ।

১। একটী সম ষড়্‌ভুজের ভুজপরিমাণ ১ ফুট, উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সম ষড়্‌ভুজ ক্ষেত্র ছয়টী পরস্পর সমান সমবাহু ত্রিভুজে বিভক্ত হইতে পারে। এইরূপ করিলে প্রত্যেক ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}\sqrt{3}$; অতএব এইরূপ ছয়টী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি = $\frac{1}{4}\sqrt{3}\times = \frac{3}{2}\times\sqrt{3}$।

২। একটী বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ ফুট, ইহার অভ্যন্তরে একটী সমদ্বাদশভুজ অঙ্কিত হইয়াছে; দ্বাদশভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সম দ্বাদশভুজকে দ্বাদশটী সমান বিভক্ত করিতে পারা যায়, এবং এরূপ করিলে প্রত্যেক ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ বর্গফুট, অতএব সমগ্র ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল = $\frac{12}{4}$ বর্গফুট = ৩ বর্গফুট।

১১ উদাহরণমালা।

১। যে সমষড়্‌ভুজের ভুজপরিমাণ ২০ ফুট, তাহার পরিমাণফল কত? উত্তর ১০৩৯.২৩ বর্গফুট।

২। একটী বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ ১০০ ফুট, ইহার অভ্যন্তরে একটী সমষড়্‌ভুজ অঙ্কিত হইয়াছে, ষড়্‌ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত? উত্তর ৬৪৯৫.২ বর্গফুট।

৩। একটী সমষড়্‌ভুজাকার পুষ্পোদ্যান আছে, উহার

প্রত্যেক ভুজ জরিপে ১০ চেন হইয়াছে, ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত? উত্তর—২৫৯·৮১ বর্গফুট।

৪। একটী বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ ১ ফুট; বৃত্তটীর অভ্যন্তরে একটী সম অষ্টভুজ অঙ্কিত হইয়াছে; অষ্টভুজের ক্ষেত্রফল কত? উত্তর—২√২ বর্গফুট।

৫। একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ ১ ফুট, উহার মধ্যে একটী সম চতুর্বিংশভুজ অঙ্কিত হইয়াছে; বহুভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। উত্তর—৬ × ·৫১৭৬৪ বর্গফুট।

৬। যে ষড়্‌ভুজের ভুজপরিমাণ ১৭ ফুট ৬ ইঞ্চি, ও তদুপরি পাতিত লম্বের পরিমাণ ১৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর—১১০২·৫ বর্গফুট।

৭। যে সম দশভুজের ভুজপরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উত্তর—৩০৭৭·৬৮ বর্গফুট।

৮। ফি ফুট বেড়া দিতে ফুটকরা ৪ সিলিং ৮ পেনী খরচে যে সম অষ্টভুজাকার ক্ষেত্রের বেড়া দিতে ৮৪০ পাউণ্ড পড়িয়াছে, তাহার অন্তর্গত ভূমিতে খোয়া দিতে কত ব্যয় পড়িবে, যদি খোয়া দিবার খরচ প্রতিবর্গ গজ ১০½ পেনী হয়?

উত্তর—৪৭৫২ পাউণ্ড, ১৯ সিলিং ১½ পেন্স।

৯। **কখগঘঙ** একটী বিষম পঞ্চভুজ; জরিপ আমীন ফুটের মাপে কতকগুলি মাপ লইয়াছে, **কগ**=১৬, **কঘ** ১২; **খ** ও **ঘ** হইতে **কখ** রেখার উপর পতিত লম্বদ্বয় যথাক্রমে ৮·৪, ও ৪·৬, আর **ঙ** হইতে **কঘ** ভুজের উপর পাতিত লম্ব ৫ ফুট; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর। উত্তর—১৩৪ বর্গফুট।

১০। **কখগঘঙচ** একটী বিষম ষড়্‌ভুজ; **খট**, **গঠ**, **ঙড**, **চঢ**, এই গুলি **কঘ** রেখার উপর পাতিত লম্ব; জরিপ আমীন

ফুটের মাপে কতকগুলি মাপ লইয়াছে, **কঘ**=১৮·৪, **খট**=৫, **গঠ**=৭; **ঙড**=৬, **চঢ**=৪, **কট**=৪·৭, **কঢ**=৪·৭, **কচ**=৪·১, **ঘঠ**=৫·৩, **ঘড**=৪·৯; ষড়্ভুজটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর।

উত্তর—১৫·৬ বর্গফুট।

১১। **কখগঘঙ** একটী ষড়ভুজ ক্ষেত্র, ইহার ছয়টী ভুজই পরস্পর সমান; **কখ**=৫৭·৮ ফুট, **খচ**=৬৪·৪ ফুট, এবং **খগঙচ** ক্ষেত্রটী একটী সমকোণী সমান্তরিক; সমগ্র ষড়ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত? উত্তর=৬৮১৩০৫২ বর্গফুট।

১২। **কখগঘঙ** একটী পঞ্চভুজ, ইহার **ঙ** কোণ একটী সমকোণ; নিম্নে ফুটের মাপে কতকগুলি মাপ লওয়া হইয়াছে, **কখ**=১৪, **খগ**=৭, **গঘ**=১০, **ঘঙ**=১২, **ঙক**=৫, **কগ**=১৭; সমগ্র ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত?

উত্তর—১৪২·৫৫৭ বর্গফুট।

১৩। কোন একটী বিষম পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের প্রথম ভুজের পরিমাণ ৪০ হাত, দ্বিতীয় ভুজ ১৩০ হাত, তৃতীয় ভুজ ৬০ হাত, চতুর্থ ভুজ ৭০ হাত, ও পঞ্চম ভুজ ৮০ হাত, এবং উহার প্রথম ও পঞ্চম ভুজের অন্তর্ব্বর্ত্তী কোণ হইতে দ্বিতীয় ও তৃতীয় ভুজের অন্তর্ব্বর্ত্তী কোণ পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায়, তাহার পরিমাণ ১৫০ হাত, ও শেষোক্ত কোণ হইতে চতুর্থ ও পঞ্চম ভুজের অন্তর্ব্বর্ত্তী কোণ পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায়, তাহার পরিমাণ ১২০ হাত। ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত?

উত্তর—৭৬৬২·১ বর্গ হস্ত।

সপ্তম পরিচ্ছেদ।

প্রথম পাঠ—বৃত্তক্ষেত্র।

১। বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার ক্ষেত্রফল অর্থাৎ কালি নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট ব্যাসার্দ্ধপরিমাণের বর্গ করিয়া, ঐ বর্গকে $\frac{২২}{৭}$ দিয়া গুণ কর, গুণফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে। যদি গণনায় অধিকতর সূক্ষ্মতার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে $\frac{২২}{৭}$ এই রাশির পরিবর্ত্তে ৩·১৪১৬ দিয়া গুণ কর, গুণফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ।

১। কোন একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ ৫ ফুট; উহার পরিমাণফল কত?

$৫^২ = ৫ \times ৫ = ২৫$; অতএব নির্ণেয় পরিমাণফল $= ২৫ \times \frac{২২}{৭} = \frac{৫৫০}{৭} = ৭৮\frac{৪}{৭}$ বর্গফুট।

২। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২১ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত?

$২১^২ = ২১ \times ২১ = ৪৪১$; ∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= ৪৪১ \times \frac{২২}{৭} = ৬৩ \times ২২ = ১৩৮৬$ বর্গফুট।

৩। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৩ মাইল, উহার পরিমাণফল কত?

$৩^২ ৩ \times ৩ = ৯ \times ৩·১৪১৬ = ২৮·২৭৪৪$; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= ২৮·২৭৪৪$ বর্গ মাইল।

৪। কোন বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট ব্যাসের বর্গ করিয়া, ঐ বর্গকে ·৭৮৫৪ দিয়া গুণ কর; গুণফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ।

১। একটী বৃত্তের ব্যাস ৪৯২ ফুট ; উহার ক্ষেত্রফল কত ?

$৪৯২^২ = ২৪২০৬৪$

```
      ২৪২০৬৪
       ·৭৮৫৪
  ────────────
      ৯৬৮২৫৬
     ১২১০৩২০
    ১৯৩৬৫১২
   ১৬৯৪৪৪৮
  ──────────────────
 ১৯০১১৭·০৬৫৬ বর্গ ফুট। ( উত্তর।
```

৩। কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। পরিধির বর্গকে ৪×৩·১৪১৬ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে। অথবা পরিধির বর্গকে ·৭০৯৫৮ দিয়া গুণ কর, গুণফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ।

১। যে বৃত্তের পরিধি ১৩২ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

$১৩২^২ = ১৭৪২৪$; ∴ ক্ষেত্রফল $= \frac{১৭৪২৪}{৪\times৩.১৪১৬} = \frac{৪৩৫৬}{৩.১৪১৬} =$ ১৩৮৬·৫৫ বর্গ হস্ত।

৪। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ও পরিধি নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট ব্যাসার্দ্ধ ও নির্দ্দিষ্ট পরিধি এই উভয় পরিমাণ পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ কর।

উদাহরণ।

১। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ৮০ হাত, ও ব্যাসার্দ্ধ ১২·৭৩২ ; তাহার পরিমাণফল কত

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{৮০ \times ১২.৭৩২}{২} =$ ৪০ $\times$ ১২.৭৩২ $=$ ৫০৯.২৮০ বর্গ হস্ত।

(ব্যাস ও পরিধি জানা থাকিলে উভয়কে পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের চতুর্থাংশ লইতে হইবে)

মনে কর কোন বৃত্তক্ষেত্রের মধ্যে একটী সমবহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করা গিয়াছে, এক্ষণে সহজেই বুঝিতে পারিবে যে, বৃত্তের অন্তরীণ বহুভুজের ভুজসংখ্যা যতই বর্দ্ধিত হইতে থাকিবে, ততই বহুভুজের পরিমাণফল ও বৃত্তের পরিমাণফল পরস্পর কাছাকাছি হইয়া প্রায় সমান হইবে, বহুভুজের ভুজসমষ্টির পরিমাণ বৃত্তের পরিধির পরিমাণের সহিত কাছাকাছি হইয়া প্রায়ই সমান হইবে, আর বৃত্তের কেন্দ্র হইতে বহুভুজের অন্যতম ভুজের উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের সহিত প্রায় সমান হইবে। মনে কর বৃত্তের অন্তরীণ সমবহুভুজের ভুজসংখ্যা অসংখ্য হইল, তাহা হইলে উল্লিখিত রাশিগুলি পরস্পর প্রায়ই সমান হইবে।

সম বহুভুজের কেন্দ্র হইতে অন্যতম ভুজের উপর পাতিত লম্বকে উহার ভুজসমষ্টির অর্দ্ধেক দিয়া গুণ করিলে উহার ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়, আর পূর্ব্বে কথিত হইল যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল উহার অন্তরীণ সমবহুভুজের ক্ষেত্রফলের সহিত প্রায় সমান আর এস্থলে উক্ত লম্ব ও বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ এক ও অভিন্ন রাশি হইতেছে। এবং যেহেতু বৃত্তের পরিমিতি অর্থাৎ পরিধি $=$ ৩.১৪১৬ $\times$ ব্যাস, অতএব

$$\text{লম্ব} \times \tfrac{১}{২}\,\text{ভুজসমষ্টি} = \text{ব্যাসার্দ্ধ} \times \frac{৩.১৪১৬ \times ২\,\text{ব্যাসার্দ্ধ}}{২} =$$

$(\text{ব্যাসার্দ্ধ})^{২} \times ৩.১৪১৬$।

এস্থলে এইরূপ ধরা হইয়াছে যে, কোন বৃত্তের পরিমাণফল

উহার অন্তরীণ এইরূপ একটী ত্রিভুজের পরিমাণফলের সহিত সমান, যাহার ভূমি বৃত্তের পরিধিপরিমাণের সহিত সমান, এবং যাহার উন্নতি বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান। (বৃত্তের পরিমাণফল নির্ণয় করিবার জন্য যে চারিটী নিয়ম প্রদত্ত হইয়াছে উপরি উক্ত যুক্তি অনুসারে সকলগুলি সপ্রমাণ হইবে)

৫। বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্দ্দিষ্ট আছে, উহার ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় করিতে হইবে।

নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রফলকে $\frac{২২}{৭}$ অথবা গণনায় অধিকতর সূক্ষ্মতার প্রয়োজন হইলে ৩·১৪১৬ দিয়া ভাগ কর, এবং ভাগফলের বর্গমূল নিষ্কাশন কর।

উদাহরণ।

১। কোন বৃত্তের পরিমাণফল ১০০ বর্গ ফুট, উহার ব্যাসার্দ্ধ কত হইবে?

$$১০০ \div \frac{২২}{৭} = ১০০ \times \frac{৭}{২২} = \frac{৭০০}{২২} = ৩১·৮১৮১, \sqrt{৩১·৮১৮১} =$$

৫·৬৪। অতএব নির্ণেয় পরিমাণ = ৫·৬৪ ফুট।

৬। দুইটী এককেন্দ্রী বৃত্তের পরিধির অন্তর্গত অঙ্গুরীয়াকার ভূমির পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। প্রত্যেক বৃত্তের পরিমাণফল নির্ণয়পূর্ব্বক বৃহত্তর বৃত্তের পরিমাণফল হইতে ক্ষুদ্রতরের পরিমাণফল বিযুক্ত কর, করিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহাই নির্ণেয় পরিমাণফল হইবে। অথবা উভয়ের ব্যাসার্দ্ধের সমষ্টিকে উহাদের বিয়োগফলদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে $\frac{২২}{৭}$ বা ৩·১৪১৬ দ্বারা গুণ কর, গুণফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ।

১। দুইটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধদ্বয় যথাক্রমে ১০ ফুট ও ১২ ফুট; উহাদের পরিধিদ্বয়ের অন্তর্গত অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের পরিমাণ কত?

অভ্যন্তরীণ বৃত্তের ক্ষেত্রফল=১০ × ১০ × ৩·১৪১৬=৩১৪·১৬ বর্গ ফুট; বহিস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফুট=১২ × ১২ × ৩·১৪১৬= ৪৫২·৩৯০৩ বর্গ ফুট। অতএব অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের পরিমাণ ফল=৪৫২·৩৯০০৪—৩১৪·১৬=১৩৮·২৩০৪ বর্গ ফুট।

অথবা দ্বিতীয় নিয়মানুসারে, ১২+১০=২২, ১২—১০=২, ২২ × ২×৩·১৪১৬=১৩৮·২৩০৪ বর্গ ফুট।

(যদি বৃত্তদ্বয় এককেন্দ্রী না হইয়া একটী সম্পূর্ণরূপে অপরটীর অন্তর্গত হয়, তাহা হইলেও প্রথম নিয়মানুসারে উহাদের পরিধিদ্বয়ের অন্তর্গত ক্ষেত্রের ফল স্থির হইবে)

বিবিধ উদাহরণ।

১। একটী গোলাকার প্রাঙ্গণের ব্যাস ৮০ ফুট, উহার অভ্যন্তরে ১ গজ বিস্তৃত একটী গোলাকার বেড়াইবার পথ আছে; পথটীর পরিমাণফল কত?

প্রশ্নদ্বারা স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, এককেন্দ্রী দুইটী বৃত্তের পরিমাণ নির্ণয়পূর্ব্বক বৃহত্তর হইতে ক্ষুদ্রতর বাদ দিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহাই পথটীর পরিমাণফল হইবে। পথটীর বহির্বেষ্টনটী ($\frac{৮০}{২}$)=৪০ ফুট ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট একটী বৃত্তের পরিধি, আর অন্তর্বেষ্টনটী (৪০—৩)=৩৭ ফুট ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট একটী বৃত্তের পরিধি।

অতএব ৬ষ্ঠ নিয়মানুসারে :—

৪০ + ৩৭ = ৭৭ ; ৪০ — ৩৭ = ৩ ;

∴ নির্ণেয় পথের ক্ষেত্রফল = ৭৭×৩×৩·১৪১৬ = ৭২৫·৭০৯৬ বর্গ ফুট।

২। একটী বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল, ৮০ ফুট ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট একটী বৃত্তের পরিমাণফলের সহিত সমান; বর্গক্ষেত্রটীর, ভুজ-পরিমাণ কত ?

প্রথম নিয়মানুসারে নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের পরিমাণফল = ৮০^২×৩·১৪১৬ = ৬৪০০ × ৩·১৪১৬ = ২০১০৬·২৪০০ বর্গ ফুট ;

প্রশ্নদ্বারা বুঝা যাইতেছে যে বর্গক্ষেত্রটীর পরিমাণফল = ২০১০৬·২৪০০ বর্গ ফুট।

অতএব নির্দ্দিষ্ট বর্গ ক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ = $\sqrt{২০১০৬·২৪০০}$ = ১৪১·৮ বর্গ ফুট।

১২ উদাহরণমালা।

১। বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ ২১ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ? [মনে কর বৃত্তের পরিধি = ব্যাস×৩$\frac{১}{৭}$]

উত্তর—১৩৮৬ বর্গ ফুট।

২। যাহার ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ ১৬ গজ ২ ফুট, তাহার পরিমাণফল কত ? [পরিধি = ৩·১৪১৬×ব্যাস]

উত্তর—৭৮৫৭$\frac{১}{২}$ বর্গ ফুট।

৩। যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ? (মনে কর পরিধি = ৩·১৪১৬×ব্যাস। উত্তর—১৯৬৩·৫ বর্গ ফুট।

৪। যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ মাইলের চতুর্থাংশ তাহার পরিমাণফলকত ? [পরিধি = ৩·১৪১৬ × ব্যাস]

উত্তর—৫৪৭৩৯২৩·৮৪ বর্গ ফুট।

৫। কয়েকটী বৃত্তের পরিমাণফল যথাক্রমে ১০০ বর্গ ফুট, ১ রুড, ও ৫ একর ৮ পোল; পরিধি=৩$\frac{1}{7}$×ব্যাস ধরিয়া লইয়া ইহাদের প্রত্যেকের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর—৬.৬৪ ফুট; ৫৮.৮৬ ফুট; ২৮৩.৫৩ ফুট।

৬। একটী অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের অভ্যন্তরীণ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৪ ফুট, ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৬ ফুট; উহার পরিমাণফল কত? উত্তর—১৮৮.৪৯৬ বর্গ ফুট।

৭। অন্তরীণ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৪ গজ ২ ফুট, এবং বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৮ গজ ২ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত?

উত্তর—৩৭৬৯.৯২ বর্গ ফুট।

৮। একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১০.১৫ ফুট, এই বৃত্তটী সর্ব্বাবয়বে আর একটী বৃত্তের অভ্যন্তরে পতিত হইয়াছে; এই বৃহত্তর বৃত্তটীর ব্যাসার্দ্ধ ১৩.৩৫ ফুট; বৃত্তদ্বয়ের মধ্যগত স্থানের পরিমাণফল কত? উত্তর—২৩৬.২৪৮৩২ বর্গ ফুট।

৯। একখানি অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের অন্তর্বেষ্টনের ব্যাসার্দ্ধ ১৪ ইঞ্চি, এবং অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল ৩০০ বর্গ ফুট; উহার বহির্বেষ্টনের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

উত্তর—১৫.০৯৪ ইঞ্চি।

১০। অঙ্গুরীয়াকার একটী ক্ষেত্রের বহির্ব্বেষ্টনের ব্যাসার্দ্ধ ১৮ ফুট, উহার পরিমাণফল ৩০০ বর্গ ফুট; অন্তর্ব্বেষ্টনের পরিমাণফল কত? উত্তর—১৫.১১৬ ফুট।

১১। একটী বৃত্তের চতুর্থাংশের পরিমাণফল ৭ বর্গ গজ; বৃত্তটীর ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ কত? উত্তর—৮.৯৫৬ ফুট।

১২। একটী বৃত্তের পরিধি ৭০০ ফুট, উহার পরিমাণফল কত? উত্তর—৩৮৯৯৩ বর্গ ফুট।

১৩। একটী বৃত্তের পরিমাণফল অর্দ্ধ একর; উহার পরিধি-পরিমাণ কত হইবে? উত্তর—৫২৩·১৬ ফুট।

১৪। একটী বৃত্তের পরিমাণফল একটী সমকোণী সমান্তরিকের পরিমাণফলের সহিত সমান, যাহার দৈর্ঘ্য ৪০০ ফুট, ও বিস্তার ২৫৬ ফুট; বৃত্তটীর পরিধি পরিমাণ কত?

উত্তর—১১৩৪·৪ ফুট।

১৫। একটী বৃত্তের ব্যাস ৯৫ ফুট, উহার পরিমাণফল কত হইবে? উত্তর—৭০৮৮·২২ বর্গ ফুট।

১৬। একটী গোলাকার টেবিলের উপরিভাগের ব্যাস ৪$\frac{1}{2}$ ফুট, উহার পরিমাণফল কত? উত্তর—১৫·৯৪৩ বর্গ ফুট।

১৭। একটী বৃত্তের পরিধিপরিমাণ ৩৫৫, এবং উহার ব্যাস ১১৩; বৃত্তটীর পরিমাণফল কত হইবে? উত্তর—১০০২৮$\frac{3}{4}$।

১৮। একটী বৃত্তের পরিমাণফল ৯৬১ বর্গ ফুট; উহার ব্যাস কত হইবে? উত্তর—৩৪৯৮ ফুট।

১৯। যাহার ভুজত্রয় যথাক্রমে ৩৬, ৪৮, ও ৬০ হাত এরূপ একটী ত্রিভুজ; ৩০ হাত দীর্ঘ ও ২৮ হাত বিস্তৃত একটী বর্গ-ক্ষেত্র, ও ৩০ হাত ব্যাসবিশিষ্ট একটী বৃত্তক্ষেত্র, এই তিনটীর মধ্যে কোনটীর পরিমাণফল সর্ব্বাপেক্ষা অধিক?

উত্তর—প্রথমটীর।

২০। যে বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল ১৮ বর্গ হস্ত, তাহার বহিস্থ বৃত্তের ব্যাস কত হইবে? উত্তর—৬ হাত।

২১। একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৮ ফুট, এই বৃত্তটীর পরিমাণ-ফলের অর্দ্ধেক পরিমাণফলবিশিষ্ট আর একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত? উত্তর—৫·৬৫৭ ফুট।

২২। যে বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ৯·৭৯২৮ গজ, তাহার

ক্ষেত্রফলের সহিত সমান ক্ষেত্রফল বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ নির্ণয় কর। উত্তর—১১·০৫ গজ।

২৩। একটী ঘরের মেঝে অর্দ্ধবৃত্তাকার, উহার ভূমি ১৪ গজ, এই মেঝেটী ৪$\frac{1}{2}$ ফুট চওড়া কার্পেট দিয়া মুড়িতে হইবে, কার্পেটের দাম গজ প্রতি ৩ শিলিং ; যদি সর্ব্বশুদ্ধ ১০$\frac{1}{4}$ বর্গ গজ কার্পেট ছাটাই প্রভৃতিতে বাদ যায় ; তাহা হইলে উক্ত ঘরের মেঝেটী আচ্ছাদন করিতে সর্ব্বশুদ্ধ কত খরচ পড়িবে ?

উত্তর—৮ পাউণ্ড, ১৪ শিলিং ১১$\frac{1}{8}$ পেন্স ;

২৪। একটী বৃত্তের পরিধি উহার ব্যাস অপেক্ষা ২৬·৮৫৪৯ ইঞ্চি বড়, এই বৃত্তের পরিমাণফলের সহিত সমান পরিমাণফল একটী বর্গক্ষেত্র আছে, উহার ভুজপরিমাণ কত হইবে ?

উত্তর—১১·১১৩ ইঞ্চি।

২৫। একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১০ ফুট, উহা উহার অভ্যন্তরীণ দুইটী এককেন্দ্রী বৃত্তদ্বারা সর্ব্বশুদ্ধ তিন ভাগে বিভক্ত হইয়াছে, এই দুইটী অন্তর্গত বৃত্তের প্রত্যেকের ব্যাসার্দ্ধ কত হইলে, সমগ্র-বৃত্তের তিনটী ভাগের ক্ষেত্রফল সমান হইবে।

উত্তর—৫·৭৭ ইঞ্চি ; ৮·১৬ ইঞ্চি।

২৬। একটী গোলাকার পিত্তলের প্লেট আছে, উহার ব্যাস ৩ফুট ; যদি উহার প্রতি বর্গ ইঞ্চিতে ১ পাউণ্ড ভার দেওয়া যায়, তাহা হইলে সমগ্র প্লেটটার উপর সর্ব্বসমেত কত ভার পড়িবে ?

উত্তর—১৩৬ পাউণ্ড।

২৭। একটী গোলাকার উঠানের ব্যাস ৪[illegible] হাত, উহা পাথর দিয়া বাঁধাইতে হইলে যদি প্রতি বর্গ ফুটে ২ শিলিং ৩ পেন্স খরচ পড়ে, তবে সর্ব্বশুদ্ধ কত খরচ লাগিবে।

উত্তর—২৪১ পাউণ্ড ৭·৪৪ শিলিং।

২৮। একটী গোলাকার অট্টালিকার অন্তর্বেষ্টনের ব্যাস ৬৮ ফুট ১০ ইঞ্চি; এবং প্রাচীরের বেধ ২২ ইঞ্চি, সমগ্র প্রাচীরটী কিয়ৎ পরিমাণ ভূমির উপর নির্ম্মিত? উত্তর—৪০৭.০১।

২৯। একটী গোলাকার ফুলবাগানের ব্যাস ৪০ গজ, বাগিচাটীর ভিতরের কিনারা হইতে ঠিক এক গজ তফাতে একটী খোয়াবাঁধান বেড়াইবার পথ আছে, পথটী ১ গজ চপড়া, পথটী বজায় রাখিয়া সমগ্র ফুলবাগানটী কোপাইতে কত খরচ পড়িবে? মনে কর প্রতি বর্গ গজে ৪পেনী করিয়া খরচ পড়িতেছে।

উত্তর—১৯ পাউণ্ড১ ½ পেন্স;

৩০। একটী গোলাকার ফুলবাগানের চতুর্দ্দিকে একটী গোলাকার পথ উহাকে বেষ্টন করিয়া আছে, পথটীর বহির্ব্বেষ্টন ৫০০ ফুট, ও অন্তর্ব্বেষ্টন ৪২০ ফুট, পথটীর পরিমাণ ফল কত?

উত্তর—৫৮৫৭ বর্গ ফুট;।

৩১। যে বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ৮০ হাত, তাহার সহিত সমানক্ষেত্রফল একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ পরিমাণ কত?

উত্তর—৪৫.১ ফুট।

৩২। একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ১৬ ফুট; উহার অভ্যন্তরে একটী বৃত্তক্ষেত্র এরূপে অঙ্কিত হইয়াছে যে, উহার পরিধি বর্গক্ষেত্রের চারিটী ভুজকেই স্পর্শ করিতেছে; বৃত্ত ও বর্গক্ষেত্র এই উভয়ের অন্তর্গত স্থান টুকুর পরিমাণফল কত?

উত্তর—৫৪.৯৩৭৬ বর্গ ফুট।

৩৩। একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজপরিমাণ ১৮ ফুট, বর্গক্ষেত্রের বহির্দ্দেশে একটী বৃত্ত এরূপে অঙ্কিত হইয়াছে যে, উহার কৌণিক বিন্দুগুলি, বৃত্তের পরিধি স্পর্শ করিয়াছে, বৃত্ত ও বর্গক্ষেত্র এই উভয়ের অন্তর্গত স্থানের পরিমাণফল কত?

উত্তর—১৮.৯৩৯২ বর্গ ফুট।

৩৪। একটী সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও কোটি যথাক্রমে ২৭ ফুট ও ৪৩ ফুট; ইহার কর্ণকে ব্যাস করিয়া যদি একটী বৃত্তক্ষেত্র অঙ্কিত করা যায়; তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উত্তর—২০২৪.৯ বর্গ ফুট।

৩৫। একটী অর্দ্ধবৃত্তের পরিমাণফল ৬৪৫ বর্গ ফুট, অর্দ্ধবৃত্তটীর পরিমিতি অর্থাৎ সীমার সমষ্টির (অর্থাৎ ব্যাস ও পরিধিখণ্ডের সমষ্টি) পরিমাণ কত হইবে? উত্তর—১০৪.২ ফুট।

৩৬। একটী সমকোণী ত্রিভুজের ভুজদ্বয় ৩৭০ ফুট, ও ১৬৮ ফুট; এই ত্রিভুজের কর্ণরেখাকে বৃত্তাভাসস্বরূপ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত করিলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উত্তর—১২৯৬৮৮.৩৮৯৬ বর্গ ফুট।

৩৭। একটী আয়তক্ষেত্র দীর্ঘে ৮ ফুট, ও প্রস্থে ৭ ফুট; যে বৃত্তের পরিধি পরিমাণ এই আয়ত ক্ষেত্রের ভুজসমষ্টির সহিত সমান, তাহার পরিমাণফল কত হইবে? উত্তর—৭১.৬২ বর্গ ফুট।

৩৮। যদি একটী বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি একটী আয়তক্ষেত্রের ভুজ সমষ্টির সহিত সমান হয়, তাহা হইলে উভয়ের মধ্যে বৃত্তের পরিমাণফল বৃহত্তর হইবে। আয়তক্ষেত্র দীর্ঘে ১৮ ফুট, ও প্রস্থে ১০ ফুট, এই উদাহরণে উপরিউক্ত প্রতিজ্ঞা সপ্রমাণ কর।

৩৯। যদি বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ত্রিভুজের ভুজসমষ্টির সহিত সমান হয়, তাহা হইলে উভয়ের মধ্যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফলই বৃহত্তর হইবে। ত্রিভুজের ভুজত্রয় যথাক্রমে ৯, ১০, এবং ১৭, এই উদাহরণে উপরিউক্ত প্রতিজ্ঞার যাথার্থ সপ্রমাণ কর।

৪০। যদি বৃত্ত ও আয়তক্ষেত্রের পরিমাণফল সমান হয়, তাহা হইলে আয়তক্ষেত্রটীর ভুজসমষ্টি বৃত্তের পরিধি অপেক্ষা

বৃহত্তর হইবে। বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল ১৫×১২, এই উদাহরণে এই প্রতিজ্ঞা সপ্রমাণ কর।

৪১। যদি একটী বৃত্তক্ষেত্র ও একটী ত্রিভুজ উভয়ের পরিমাণফল সমান হয়, তাহা হইলে বৃত্তের পরিধি ত্রিভুজের ভুজসমষ্টি অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হইবে। ত্রিভুজের ভুজত্রয় যথাক্রমে ৫,৬, এবং ৭; এই উদাহরণে প্রতিজ্ঞাটী সপ্রমাণ কর।

৪২। একটী বৃত্তের পরিধি ৪ ফুট, উহার অভ্যন্তরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের পরিমাণফল কত হইবে? উত্তর—.৮১ বর্গ ফুট।

৪১। যদি একটী সমবাহু ত্রিভুজের ভুজত্রয়ের সমষ্টি কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিধির সহিত সমান হয়, তাহা হইলে ৪৯, ও ৮১ এই দুই রাশির পরস্পর যে সম্বন্ধ ত্রিভুজের পরিমাণফল ও বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল এই উভয়ের পরস্পর সেই সম্বন্ধ হইবে। এইটী সপ্রমাণ কর।

সপ্তম পরিচ্ছেদ।

দ্বিতীয় পাঠ—বৃত্তচ্ছেদ ও বৃত্তখণ্ড।

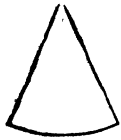
১। বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ৩৬০ এই সংখ্যা ও বৃত্তচ্ছেদের অন্তর্গত কোণের অংশসংখ্যা এই উভয়ের পরস্পর যে অনুপাত, সমগ্র বৃত্তের পরিমাণফল ও বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল এই উভয়েরও পরস্পর সেই অনুপাত। অতএব সমানুপাতের নিয়মানুসারে সহজেই কোন নির্দ্দিষ্ট বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল নির্ণীত হইতে পারে।

উদাহরণ।

১। একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ফুট, এবং বৃত্তচ্ছেদের

অন্তর্গত কোণ ৮০ অংশ পরিমিত; বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল নির্ণয় কর।



সমগ্র বৃত্তের পরিমাণফল = ২৫ × ২৫ × ৩·১৪১৬ = ১৯৬৩·৫ বর্গফুট।

অতএব ৩৬০ : ৮০ :: ১৯৬৩·৫ : আবশ্যক পরিমাণফল :

অতএব নির্দ্দিষ্ট বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল = $\frac{৮০ \times ১৯৬৩.৫}{৩৬০}$ = $\frac{২ \times ১৯৬৩.৫}{৯}$ = ৪৩৬·৩ বর্গ ফুট।

নিয়মান্তর। নির্দ্দিষ্ট বৃত্তচ্ছেদের ধনুকে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ কর।

(বৃত্তের পরিমাণ নির্ণয় করিবার নিয়ম সপ্রমাণ করিবার জন্য যে যুক্তি প্রদর্শিত হইয়াছে, এস্থলেও সেই যুক্তি দেখ)

উদাহরণ।

১। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৪ ফুট, ঐ বৃত্ত হইতে যে বৃত্তচ্ছেদ গৃহীত হইয়াছে, তাহার ধনুর পরিমাণ ও ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান; বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল নির্ণয় কর।

ধনু = ৪; ব্যাসার্দ্ধ = ৪; অতএব সূত্রানুসারেঃ—নির্দ্দিষ্ট বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল = $\frac{১}{২}$ × ৪ × ৪ = বর্গ ফুট।

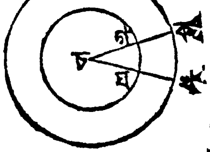
২। যে বৃত্তচ্ছেদকের ধনু ২০ ফুট, ও ব্যাসার্দ্ধ ১০ ফুট, তাহার পরিমাণফল কত?

সূত্রানুসারে ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × ২০ × ১০ = ১০০ বর্গ ফুট = ১১$\frac{১}{৯}$ বর্গ গজ।

২। মনে কর দুইটী বৃত্তচ্ছেদ আছে; উভয়েরই অন্তর্গত কোণ এক ও অভিন্ন, কিন্তু উভয়ের মধ্যে একটী ছোট ও একটী বড়, অর্থাৎ বৃত্তচ্ছেদদ্বয় যে দুই বৃত্তের অংশ তাহারা এককেন্দ্রী ও উহাদের ব্যাসার্দ্ধদ্বয় একই ঋজুরেখাতে অবস্থিত,

এইরূপ দুই বৃত্তচ্ছেদের মধ্যে বড় হইতে ছোটটী বাদ দিলে যে ক্ষেত্রটী অবশিষ্ট থাকে, তাহার পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

মনে কর পার্শ্বস্থ এককেন্দ্রী বৃত্তদ্বয়ের যতগুলি উল্লিখিত প্রকার বৃত্তচ্ছেদ আছে, তন্মধ্যে খচক, ও ঘচগ এই দুইটির বিয়োগফলের অর্থাৎ খঘগখ এই ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।



নিয়ম। (১) স্বতন্ত্র করিয়া প্রত্যেক ছেদের ক্ষেত্রফল নির্ণয়পূর্ব্বক বৃহত্তর হইতে ক্ষুদ্রতরটীকে বাদ দেও, দিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহাই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে। (২) অথবা উভয় বৃত্তচ্ছেদের উভয় ধনুর পরিমাণের সমষ্টিকে উভয়ের ব্যাসার্দ্ধের বিয়োগফল দ্বারা গুণ কর, করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক গ্রহণ কর।

উদাহরণ।

১। দুইটী বৃত্তচ্ছেদের ব্যাসার্দ্ধদ্বয় যথাক্রমে ২৫ফুট ও ১০ফুট, এবং ধনুর্দ্বয় যথাক্রমে ৬ ফুট ও ৪ ফুট, বড়টী হইতে ছোটটীকে বাদ দিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহার ক্ষেত্র ফল কত?

প্রথম সূত্রানুসারে বৃহত্তরটীর ক্ষেত্রফল $=\frac{১}{২}\times ১৫\times ৬=৪৫$ বর্গ ফুট, ও ক্ষুদ্রতরটীর ক্ষেত্রফল $=\frac{১}{২}\times ১০\times ৪=২০$ বর্গ ফুট অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $=৪৫-২০=২৫$ বর্গ ফুট।

অথবা দ্বিতীয় নিয়মানুসারে, $৬+৪=১০$; $১৫-১০=৫$; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $=\frac{১০\times ৫}{২}=২৫$ বর্গ ফুট।

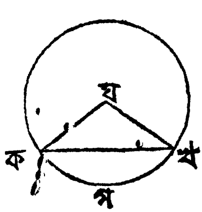
৩। কোন নির্দ্দিষ্ট বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

ব্যাসদ্বারা বৃত্তক্ষেত্রসকল দুই সমান অংশে বিভক্ত হয়। অতএব স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, ব্যাস ব্যতীত অন্য যাবতীয়

জ্যা বৃত্তক্ষেত্রকে দুই অসমান অংশে বিভক্ত করে। সুতরাং এই উভয়ের মধ্যে একটী অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা ন্যূন ও অপরটী উহা অপেক্ষা বৃহত্তর। যদি ক্ষুদ্রতর খণ্ডটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে পারা যায়, তাহা হইলে সমগ্র বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইতে ঐ ক্ষুদ্রতরের ক্ষেত্রফল বিযুক্ত করিলেই অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা বৃহত্তর খণ্ডের পরিমাণফল অনায়াসেই নির্ণীত হইতে পারে। অতএব অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয় করিবার নিয়মটী মাত্র নির্দ্দেশ করিলেই যাবতীয়প্রকার বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয় করা অতি সহজেই হইতে পারে। অতএব নিম্নে অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয় করিবার নিয়ম প্রদত্ত হইল।

অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট বৃত্তখণ্ডের চাপ বা ধনুর দ্বারা যে বৃত্তচ্ছেদ উৎপন্ন হইতে পারে, তাহার পরিমাণফল নির্ণয়পূর্ব্বক তাহা হইতে বৃত্তখণ্ডের জ্যা ও বৃত্তচ্ছেদের দুইটী ব্যাসার্দ্ধদ্বারা যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তাহার পরিমাণ বাদ দেও। বিয়োগফল নির্ণেয় পরিমাণফল হইবে।



যুক্তি। মনে কর ঘ বিন্দু সমগ্র বৃত্তটীর কেন্দ্র; এক্ষণে স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে যে, **কখগ** বৃত্তখণ্ড **ঘকগখ** বৃত্তচ্ছেদ ও **ঘকখ** ত্রিভুজের বিয়োগফলস্বরূপ। অতএব

কগখ বৃত্তখণ্ড =

ঘকগখ বৃত্তচ্ছেদ—**ঘকখ** ত্রিভুজ।

(এই সূত্রদ্বারা স্পষ্টই প্রতিপন্ন হইতেছে যে, যে বৃত্তখণ্ডের

পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে, উহা যদি অর্দ্ধবৃত্ত অপেক্ষা বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে এই সূত্রদ্বারা অবশিষ্ট বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল নির্ণয়পূর্ব্বক সমগ্র বৃত্তের পরিমাণফল হইতে উহা বাদ দিলে যাহা অবশিষ্ট থাকিবে, তাহাই নির্ণেয় বৃহত্তর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ।

১। একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৪ ফুট, এবং বৃত্তচ্ছেদের কোণ একটী সমকোণ অর্থাৎ ৯০ অংশ; বৃত্তখণ্ডটীর পরিমাণফল নির্ণয় কর।

সমগ্রবৃত্তটীর পরিমাণফল = ৪×৪×৩·১৪১৬ বর্গ ফুট। অতএব বৃত্তচ্ছেদের পবিমাণফল = ৪×৩·১৪১৬ = ১২·৫৬৬৪ বর্গ ফুট। ত্রিভুজটীর পরিমাণফল = $\frac{১}{২}$ × ৪×৪ = ৮ বর্গ ফুট। অতএব নির্ণেয় বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল = ১২·৫৬৬৪—৮ = ৪·৫৬৬৪ বর্গ ফুট।

বিবিধ উদাহরণ।

১। ব্যাসার্দ্ধ ১৫ ইঞ্চি, এবং বৃত্তচ্ছেদের জ্যা ১৪ ইঞ্চি; বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল নির্ণয় কর।

ধনুর দৈর্ঘ্য = ১৪·১৮৯৫১৪১ ইঞ্চি প্রায়। অতএব বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল = প্রায় $\frac{১}{২}$ × ·২৫×১৪·১৮৯১৪১ = ১৭৭·৩৬৮৯২।

১৩ উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত পরিমাণের বৃত্তচ্ছেদগুলি নির্ণয় কর।

(ক) ব্যাসার্দ্ধ ২৪ ফুট, কোণ ২৫ অংশ।

উত্তর—১২৫·৬৬৪ বর্গ ফুট।

(খ) ব্যাসার্দ্ধ ১২ ফুট, কোণ ১২০ অংশ।

উত্তর—১৫০·৭৯৬৮ বর্গ ফুট।

(গ) ব্যাসার্দ্ধ ৪৮ ফুট; কোণ ২৮ অংশ।

উত্তর—৫৫২.৯৭৪৮ বর্গ ফুট।

২। দুইটী এককেন্দ্রী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধদ্বয় যথাক্রমে ১০ ফুট, ও ১৫ ফুট; এই দুই বৃত্তের পরিধির কিয়দংশ, ও ৪০ অংশ পরস্পর অবনতিবিশিষ্ট দুইটী ব্যাসার্দ্ধ, এই চতুঃসীমার অন্তর্বর্ত্তী ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় কর। উত্তর—৪৩.৬৩ বর্গ ফুট।

৩। একটী বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল ১৫০ বর্গ ফুট, এবং বৃত্তচ্ছেদের কোণ ৫০ অংশ; ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ কত?

উত্তর—১৮.৫৪ ফুট।

৪। একটী বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল ২৩০ বর্গ ফুট, এবং উহার অন্তর্গত কোণ ৪০ অংশ; বৃত্তচ্ছেদটীর চতুঃসীমার পরিমাণ কত? উত্তর—৬৯.২৬ ফুট।

৫। কোন বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল ৪৫ বর্গ ফুট, ব্যাসার্দ্ধ ৮ ফুট; কোণের পরিমাণ কত? উত্তর—৮০.৫৭ অংশ।

৬। কোন বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল ৯৪ বর্গ ফুট, ও ব্যাসার্দ্ধ ১৬ ফুট; ধনুর পরিমাণ কত? উত্তর—১১.৭৫ ফুট।

৭। কোন বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল ৩৫৭ বর্গ ফুট, এবং ধনুপরিমাণ ৯৬ ফুট; ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ কত?

উত্তর—৭.৪৩৭৫ ফুট।

৮। একটী বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল ১২৫ বর্গ ফুট, এবং সমগ্র বৃত্তের পরিমাণফল ৪০০ বর্গ ফুট; বৃত্তচ্ছেদের কোণ-পরিমাণ কত? উত্তর—১১২.৫ অংশ।

৯। কোন বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল ১১৫ বর্গ ফুট, এবং বৃত্তের পরিমাণফল ৭০০ বর্গ ফুট; ধনুর পরিমাণ কত?

উত্তর—১৫.৪১ ফুট।

১০। একটী বৃত্তচ্ছেদের জ্যা ৫৮ ইঞ্চি, ও ব্যাসার্দ্ধ ১০০ ইঞ্চি, বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল কত? উত্তর—২৯৪২ বর্গ ইঞ্চি।

১১। বৃত্তচ্ছেদের জ্যা ৬ ইঞ্চি, ও ব্যাসার্দ্ধ ৯ ইঞ্চি: বৃত্তচ্ছেদের পরিমাণফল কত? উত্তর—২৭.৫৩ বর্গ ইঞ্চি।

১২। কোন বৃত্তচ্ছেদের ধনুর অভিমুখীন কোণ ৫২ অংশ ২৫ কলা ও ব্যাস ১২; ইহার পরিমাণফল কত?

উত্তর—১৬.৪১৫।

১৩। জ্যা ১৪৯.৩, এবং ব্যাস ২৫০; বৃত্তচ্ছেদটীর পরিমাণফল কত? উত্তর—১০০০০।

১৪। কোন ধনুর জ্যা ৪০, ও বৃত্তের ব্যাস ৫০; ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডটীর পরিমাণফল কত? উত্তর—২৭৯ৣ।

১৫। জ্যা ৪৯ ও ব্যাস ১০০; ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল কত? উত্তর—২১২।

১৬। জ্যার পরিমাণ ১০ ইঞ্চি, ও বৃত্তের ব্যাস ১৩ ইঞ্চি; বৃহত্তর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণ নির্ণয় কর।

উত্তর—৫২৪.২০৯ বর্গ ইঞ্চি।

১৭। ব্যাসার্দ্ধ ১০ ফুট, এবং বৃত্তচ্ছেদের কোণ ৩০ অংশ; ক্ষুদ্রতর বৃত্তখণ্ডের পরিমাণফল কত? উত্তর—১.১৮০ বর্গইঞ্চি।

১৮। একটী বৃত্তের ব্যাস ১০ ফুট, ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমানদৈর্ঘ্য দুইটী পরস্পর সমান্তর জ্যা টানা হইয়াছে, এই উভয়ের অন্তর্গত কটিবন্ধের পরিমাণফল কত? উঃ—২৯৬.০৪ বর্গফুট।

১৯। একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৫ ফুট; ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান দুইটী জ্যা টানা হইয়াছে, এই দুইটীর দ্বারা বৃত্তটী যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে, তাহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফল কত?

উত্তর—২০.৩৮২ বর্গ ফুট; ৬৮৬.৪৭৮ বর্গ হাত।

২০। যে বৃত্তখণ্ডের শরপরিমাণ ২ ফুট এবং জ্যা ২০ ফুট; তাহার কালী কত? উত্তর—২৬·৮৭৩১৮ বর্গ ফুট।

নিয়ম। কোন ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে, পরে ঐ ক্ষেত্রফলকে দুই গুণ করিয়া গুণফলকে ত্রিভুজের ভুজসমষ্টির দ্বারা ভাগ করিলে ভাগফল উক্ত ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের সহিত সমান হইবে, সুতরাং ঐ ভাগফলকে ৩·১৪১৬ দিয়া গুণ করিলেই ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তের পরিমাণ-ফল পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ।

১। যে সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ৮ হাত ও লম্বপরিমাণ ৬ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কালী কত হইবে?

ত্রিভুজের কালী $=\frac{৮\times৬}{২}=$ ২৪ বর্গ ফুট।

আর সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মানুসারে উহার কর্ণ $=\sqrt{(৮^২+৬^২)}=\sqrt{(১০০)}=$ ১০ হাত।

সুতরাং সূত্রানুসারে উহার অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ $=\frac{২৪\times২}{৬+৮+১০}=\frac{৪৮}{২৪}=$ ২ হাত। অতএব বৃত্তের ক্ষেত্রফল $=২^২\times৩·১৪১৬$ $=$ ১২·৫৬৬৪ বর্গ হস্ত।

অষ্টম পরিচ্ছেদ।

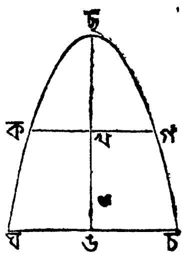
ক্ষেপণী ও বৃত্তাভাস।

ক্ষেপণী ও বৃত্তাভাস কাহাকে কহে, তাহা পরিভাষাপরিচ্ছেদে কথিত হইয়াছে, এক্ষণে কি প্রকারে ঐ দুই প্রকার ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হয়, নিম্নে তাহাই প্রদর্শিত হইতেছে।

ক্ষেপণী। ক্ষেপণীর ন্যায় আকারবিশিষ্ট ক্ষেত্রের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইলে, অক্ষদণ্ডের পরিমাণকে ভূমির পরিমাণদ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের দুই তৃতীয়াংশ অর্থাৎ তিন ভাগ করিয়া দুই ভাগ লইলেই উহার পরিমাণফল নির্ণীত হইবে।

উদাহরণ।

১। ছঘচ ক্ষেপণীর অক্ষদণ্ড ছঙ ২ ফুট, এবং উহার ভূমি ঘচ ১২ ফুট; উহার পরিমাণফল কত?



সূত্রানুসারে ক্ষেত্রফল = ২×১২×⅔ = ১৬ বর্গ ফুট।

২। কোন ক্ষেপণীর ভূমি ১২০ হাত, এবং অক্ষদণ্ড ১০ হাত; উহার ক্ষেত্রফল কত?

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ১২০×১০×⅔ = ৮০০ বর্গ হস্ত।

বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাসের গুণফলকে ·৭৮৫৪ দিয়া গুণ কর।

২য়। বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধকে লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধদ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে ৩·১৪১৬ দিয়া গুণ করিলেই হয়।

উদাহরণ।

১। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাস ৬ হাত, ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ৪ হাত, তাহার পরিমাণফল কত?

প্রথম নিয়মানুসারে ক্ষেত্রফল = গরিষ্ঠ ব্যাস×লঘিষ্ঠ ব্যাস× ·৭৮৫৪ = ৬×৪×·৭৮৫৪ = ১৮·৮৪৯৬ বর্গ হস্ত।

২। একখানি বৃত্তাভাসাকার ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ৩০০ ফুট ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ২০০ ফুট, উহার পরিমাণফল কত ?

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ×লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ × ৩.১৪১৬ $=\frac{৩০০}{২}\times\frac{২০০}{২}\times$৩.১৪১৬ = ১৫০×১০০ × ৩.১৪১৬ = ৫২৩৬ বর্গ গজ = ১ একর ৩৯৬ বর্গ গজ।

নবম পরিচ্ছেদ।

বিষম অথবা বিকল ক্ষেত্র।

বৃত্ত ও ইলিপ্স এই দুই প্রকার ক্ষেত্র বক্ররেখাদ্বারা পরিবেষ্টিত, প্যারাবোলাক্ষেত্রের কিয়দংশ ঋজুরেখা ও কিয়দংশ বক্ররেখা। এই সকল ক্ষেত্র কতিপয় নির্দ্দিষ্ট নিয়মের অধীন। সুতরাং ইহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবার জন্য পৃথক্ পৃথক্ নিয়ম প্রদত্ত হইয়াছে, কিন্তু সমুদয় বক্ররেখা, অথবা কিয়দংশ বক্র ও কিয়দংশ কুটীল রেখাদ্বারা বেষ্টিত অনেকানেক ক্ষেত্র হইতে পারে, যাহা কোন প্রকার নিদ্দিষ্ট নিয়মের অধীন নহে। এইরূপ ক্ষেত্রের সাধারণ নাম বিষম বা বিকল ক্ষেত্র। কি প্রণালীতে এইরূপ বিকল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে পারা যায়, তাহা নির্ণয় করাই এই পরিচ্ছেদের উদ্দেশ্য।

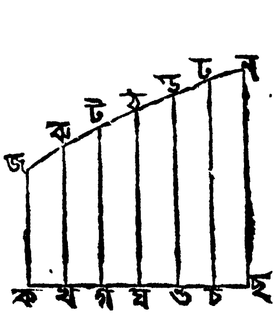
মোটামুটী হিসাবে এইরূপ বিষম ক্ষেত্র সকল সর্ব্বশুদ্ধ দুই ভাগে বিভক্ত হইতে পারে। সেই দুইটী ভাগ কি কি প্রকার ও কি প্রকারেই বা উহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হয়, তাহা নিম্নে যথাক্রমে লিখিত হইতেছে।

প্রথমতঃ। যদি ক্ষেত্রটী তিনটী ঋজুরেখা ও একটী বক্ররেখাদ্বারা বেষ্টিত হয়, আর যদি উহার তিনটী ঋজুরেখার মধ্যে দুইটী তৃতীয়টীর লম্ব হয়, তাহা হইলে, দীর্ঘতম ভুজের উপর

পরস্পর সমান সমান দূরে লম্বরেখা টানিয়া উহাকে কতিপয় সমান অংশে বিভক্ত কর, যে কয় অংশে বিভক্ত করিবে তাহাদের সংখ্যা যেন বিজোড় না হইয়া যুগসংখ্যক অর্থাৎ জোড় রাশি হয়, অর্থাৎ ২,৪,৬,৮,১০, প্রভৃতি অংশে বিভক্ত কর। পরে প্রথম ও শেষ এই দুইটী লম্বের পরিমাণ পরস্পর যোগ কর, পরে যতগুলি বিজোড় লম্ব আছে, তাহাদিগকে পরস্পর যোগ করিয়া সমষ্টিকে দ্বিগুণ কর; এবং যতগুলি জোড় লম্ব আছে, তাহাদিগকে পরস্পর সংযোগ করিয়া যোগফলকে চারিগুণ কর; পরে প্রথম ও শেষের সমষ্টি, বিজোড়গুলির দ্বিগুণিত সমষ্টি, এবং জোড়গুলির চতুর্গুণ সমষ্টি, এই তিনটী রাশিকে পরস্পর সংযুক্ত কর, পরে এই তিন রাশির সমষ্টিকে যতটুকু ব্যবধান লম্ব টানিয়াছ, সেই ব্যবধানের দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের তৃতীয়াংশ গ্রহণ কর, অথবা একবারে ব্যবধানপরিমাণের তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ কর। এইরূপ করিলে যাহা হইবে তাহাই নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রের পরিমাণফল হইবে।

উদাহরণ।

১। মনে কর পার্শ্বস্থ প্রতিকৃতির ন্যায় একটী ক্ষেত্র আছে, উহার পরিমাণফল নির্ণয় করিবার জন্য উহার অভ্যন্তরে পাঁচটী লম্বরেখা টানিয়া উহাকে ছয়টী সমান অংশে বিভক্ত করা হইয়াছে, তাহা হইলে সর্ব্বশুদ্ধ সাতটী লম্বরেখা হইয়াছে, এবং ইহাদের প্রত্যেকের মধ্যে = ১ ফুট করিয়া ব্যবধান



আছে, এবং এই লম্বরেখাগুলি যথাক্রমে ৪·১২ ফুট, ৪·২৪ ফুট, ৪·৩৬ ফুট, ৪·৪৭ ফুট, ৪·৫৮ ফুট, ৪·৬৯ ফুট, এবং ৪·৮০ ফুট; ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল কত হইবে?

সূত্রানুসারে প্রথম ও শেষ এই দুইটীর সমষ্টি = ৪·১২ + ৪·৮০ = ৮·৯২;

বিজোড়গুলির সমষ্টির দ্বিগুণ = ৪·৩৬ + ৪·৫৮ = ৮·৯৪ × ২ = ১৭·৮৮;

জোড়গুলির সমষ্টির চতুর্গুণ = ৪·২৪ + ৪·৪৭ + ৪·৬৯ = ১৩·৪০ × ৪ = ৫৩·৬০;

এই তিন রাশির সমষ্টি = ৮·৯২ + ১৭·৮৮ + ৫৩·৬০ = ৮০·৪০;

৮০·৪০ ÷ ৩ = ২৬·৮০; অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ২৬·৮০ বর্গফুট।

২। মনে কর সর্ব্বশুদ্ধ পাঁচটী লম্বরেখা হইয়াছে, অর্থাৎ ভিতরে তিনটী টানিয়া ক্ষেত্রটীকে পাঁচ সমান অংশে বিভক্ত করা হইয়াছে, এই লম্বগুলির অন্তর্গত ব্যবধান ৫০ ফুট এবং লম্বগুলি প্রথম হইতে যথাক্রমে ৮·২, ৭·৪, ৯·২, ১০·২, এবং ৮·৬ প্রভৃতি ফুট পরিমিত। এরূপ হইলে ক্ষেত্রটীর পরিমাণ-ফল কত হইবে?

৮·২ + ৮·৬ = ১৬·৮; ৯·২ × ২ = ১৮·৪; ৭·৪ + ১০·২ = ১৭·৬ × ৪ = ৭০·৪;

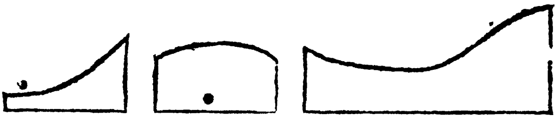
১৬·৮ + ১৮·৪ + ৭০·৪ = ১০৫·৬;

১০৫·৬ × ৫০ = ৫২৮০ ÷ ৩ = ১৭৬০

অতএব পরিমাণফল = ১৭৬০ বর্গফুট।

উপরে তিনটী ঋজুরেখা ও একটী বক্ররেখাদ্বারা পরিবেষ্টিত ক্ষেত্রের কথা বলা হইয়াছে; বক্ররেখাটী পূর্ব্বের প্রতিকৃতির ন্যায়

না হইয়া যদি পার্শ্বস্থ প্রতিকৃতির ন্যায় ভিন্ন ভিন্ন প্রকারের হয়, তাহা হইলেও উক্ত নিয়মানুসারে ক্ষেত্রের কালি বাহির করা যাইতে পারে। তবে লম্বরেখার সংখ্যা যতই অধিক হইবে, ক্ষেত্রফল ততই নির্ভুল হইয়া উঠিবে।



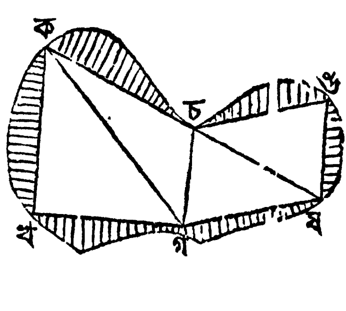
দ্বিতীয়তঃ। যদি পূর্ব্বোল্লিখিত প্রতিকৃতির লম্বরেখাদ্বয় লম্বভাবে অবস্থিত না হইয়া তৃতীয় ঋজুরেখাটীর সহিত স্থূল কোণ বা সূক্ষ্মকোণ করিয়া অবস্থিত হয়; যদি ক্ষেত্রটী দুইটী ঋজুরেখা ও একটী বক্ররেখা দ্বারা পরিবেষ্টিত হয়, অথবা যদি উহা একটীমাত্র বিষম বক্ররেখা দ্বারা পরিবেষ্টিত হয়, তাহা হইলে নিম্নলিখিত নিয়মানুসারে উহার পরিমাণফল নির্ণীত হইতে পারে।

নিয়ম। ক্ষেত্রের আকার অনুসারে উহার উপর ত্রিভুজ চতুর্ভুজ অথবা বহুভুজ ক্ষেত্র এরূপে অঙ্কিত কর, যে, যে ক্ষেত্রটী অঙ্কিত করিবে, তাহার ক্ষেত্রফল যতদূর সম্ভব নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফলের সহিত সমান হইবে, এবং যেরূপ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিবে, পূর্ব্ব পূর্ব্ব পরিচ্ছেদে নির্দ্দিষ্ট নিয়ম সকলের সাহায্যে সেই ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিবে, তাহার পর অন্তর্গত ক্ষেত্র ও নির্দ্দিষ্ট বিকল ক্ষেত্র এই উভয়ের মধ্যে যে সকল ঘোঁজ পড়িবে, এই পরিচ্ছেদের প্রথম নিয়ম অনুসারে পৃথক্ পৃথক্ করিয়া সেই গুলির পরিমাণফল নির্ণয় করিবে। এই ঘোঁজগুলি যদি যে ক্ষেত্রটী অঙ্কিত করিয়াছ, তাহার বাহিরে পড়ে, তাহা হইলে

অঙ্কিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সহিত সেই গুলি যোগ কর, আর যদি ভিতরে পড়ে, তাহা হইলে অঙ্কিত ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল হইতে সেই গুলি বাদ দেও, যদি কতকগুলি ঘোঁজ বাহিরে ও কতক-গুলি ভিতরে পড়ে, তাহা হইলে বাহিরের গুলি যোগ কর ও ভিতরেরগুলি বাদ দেও। এইরূপ করিলে পরিশেষে যাহা থাকিবে, তাহাই নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে।

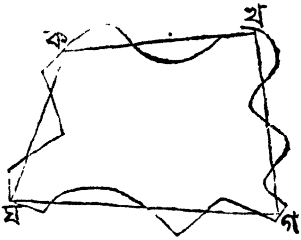
অত্যন্ত সূক্ষ্ম হিসাব করিবার প্রয়োজন না থাকিলে ভূমির দশ পনর জায়গায় প্রস্থের গড় ধরিয়া, পরস্পর গুণ করিলে যাহা হয়, তাহাকেই নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রের কালি ধরা গিয়া থাকে।

উদাহরণ।



১। এই প্রকার ক্ষেত্রের কালি করিতে হইলে প্রথমতঃ উহার ভিতরে প্রতিকৃতির ন্যায় একটী বহুভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে, পরে যে ছয়টী ঘোঁজ দেখিতেছ, প্রথম নিয়ম অনুসারে ঐ ঘোঁজ গুলির কালি পৃথক্ পৃথক্ বাহির করিতে হইবে, যে ছয়টী ঘোঁজ দেখিতেছ, সকল গুলিই অভ্যন্তরের ক্ষেত্রটীর বাহিরে পড়িয়াছে, সুতরাং ঐ গুলিকে অঙ্কিত বহুভুজ ক্ষেত্রের কালির সহিত যোগ করিয়া যে সমষ্টি হইবে, তাহাই নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল হইবে।

২। এইরূপ একটী ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে



হইলে যেরূপ ক্ষেত্রটী আঁকা গিয়াছে, নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রের কিয়দংশ ঘোঁজ ঘোঁজ হইয়া উহার বাহিরে পড়িয়াছে, আর কিয়দংশ ভিতরে পড়িয়াছে, সুতরাং এরূপ স্থলে প্রথমতঃ নূতন অঙ্কিত ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল নির্ণয় করিয়া, পরে ঘোঁজ গুলির পরিমাণফল পৃথক্ পৃথক্ নির্ণয় করিয়া, যে ঘোঁজ গুলি বাহিরে পড়িয়াছে, সেই গুলির ক্ষেত্রফল নূতন ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলেব সহিত যোগ কবিবে, ও যে গুলি ভিতরে পড়িয়াছে, সেই গুলির ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিবে। এইরূপ করিয়া যাহা দাঁড়াইবে তাহাই সমগ্র ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল হইবে।

১৪ উদাহরণমালা।

(প্রথম নিয়মের উদাহরণ)

১। লম্বরেখা গুলি যথাক্রমে ৩, ৮, ১৫, ২৪, ৩৫, ৪৮ ও ৬৩ ফুট; সাধারণ ব্যবধান ১ ফুট; পরিমাণফল কত হইবে?

উত্তর—১৬২ বর্গ ফুট।

২। লম্বরেখা ৪, ১৪, ৩৬, ৭৬ ও ১৪০ ফুট; সাধারণ ব্যবধান ১ ফুট; ক্ষেত্রফল কত? উত্তর—১৯২ বর্গ ফুট।

৩। লম্বরেখা গুলি ১০, ২০ ৩২, ৩৬, ৩২, ২০, ৬০ ফুট, সাধারণ ব্যবধান ২ ফুট; কালি কত হইবে?

উত্তর—২৮৮ বর্গ ফুট।

৪। লম্বরেখাগুলি ০, ১·২৫, ৪, ৬·৭৫, ৮, ৬·২০, ও ০ ফুট; সাধারণ ব্যবধান ১ ফুট; কালি কত? উত্তর—২৭ বর্গ ফুট।

৫। লম্বরেখাগুলি ২·৭১৪, ২·৭৫৯,২·৮০২, ২·৮৪৪,২·৮৮৪ ; সাধারণ ব্যবধান ৯ ইঞ্চি ; পরিমাণফল কত ?

র—৮·৪০৩ বর্গ ফুট।

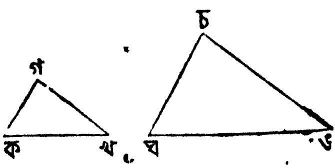
৬। লম্বরেখাগুলির পরিমাণ যথাক্রমে $\frac{১০}{১০}$, $\frac{১০}{১১}$, $\frac{১০}{১২}$, $\frac{১০}{১৩}$, $\frac{১০}{১৪}$, $\frac{১০}{১৫}$, $\frac{১০}{১৬}$, $\frac{১০}{১৭}$, $\frac{১০}{১৮}$,$\frac{১০}{১৯}$,ও $\frac{১০}{২০}$ ফুট ; সাধারণ ব্যবধান এক ফুটের·১ অংশ ; পরিমাণফল কত হইবে ? উত্তর—৬৯৩·১ বর্গ ফুট।

দশম পরিচ্ছেদ।

সদৃশ ক্ষেত্র।

সদৃশ ক্ষেত্র কাহাকে কহে তাহা পরিভাষাপরিচ্ছেদে নির্ণীত হইয়াছে, আর সদৃশ ক্ষেত্রের পরস্পর সম্বন্ধঘটিত কতিপয় নিয়ম দ্বিতীয় অধ্যায়ের দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে ব্যাখ্যাত হইয়াছে। এক্ষণে সদৃশ ক্ষেত্রসমূহের পরিমাণ পরস্পর কিরূপ সম্বন্ধে সম্বদ্ধ তাহার উল্লেখ ও ব্যাখ্যা করা যাইতেছে।

সদৃশ ক্ষেত্রসমূহের পরস্পর সম্বন্ধ বিষয়ে সাধারণ নিয়ম এই যে, সদৃশ ক্ষেত্র সমূহের পরিমাণফল অপর গুলির পরস্পর সদৃশ ও পরস্পরের স্থানীয়, ভুজ, কর্ণরেখা, লম্বরেখা, ব্যাস, ব্যাসার্দ্ধ প্রভৃতি রাশির বর্গের সহিত সমানুপাতী।



মনে কর কখগ ত্রিভুজ ঘঙচ ত্রিভুজের সদৃশ, এবং এই হেতুক ক,খ,ও গ যথাক্রমে ঘ,ঙ, ও চ কোণত্রয়ের সহিত সমান এবং সমান সমান কোণে উভয় পার্শ্বস্থ ভুজগুলি পরস্পর সমানু-

পাতী; তাহা হইলে **কগখ** কোণ **ঘঙচ** কোণের সহিত সেই অনুপাত বহন করিতেছে, **কগ**^{২} এই রাশি **ঘচ**^{২} এই রাশির সহিত **কখ**^{২} **ঘঙ**^{২} এই রাশির সহিত অথবা একটী ত্রিভুজের উন্নতির বর্গ অপটীর উন্নতির বর্গের সহিত, যে সম্বন্ধ বহন করিতেছে। অর্থাৎ ঃ—

কগখ : ঘচঙ :: কগ^{২}**: ঘচ**^{২} ; অথবা

কগখ : ঘঙচ :: কখ^{২} **: ঘঙ**^{২} ; অথবা

কগখ : ঘচঙ :: প্রথমটীর উন্নতি^{২} : দ্বিতীয়টীর উন্নতি^{২}।

যদি তিনটী অপেক্ষা অধিক ভুজবিশিষ্ট ক্ষেত্র, অর্থাৎ চতুর্ভুজ প্রভৃতি যাবতীয় বহুভুজ ক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ হয়, তাহা হইলে উহাদিগের ও পরস্পর এইরূপ সম্বন্ধ হইবে, কারণ তাহা হইলে উহাদিগকে সদৃশ ত্রিভুজে বিভক্ত করিতে পারা যায়।

(যুক্তি। মনে কর দুইটী পরস্পর সদৃশ ত্রিভুজ আছে, এবং এই উভয়ের মধ্যে একটীর অন্যতম ভুজ অন্যটীর তৎসদৃশ ভুজের তিন গুণ; তাহা হইলে বৃহত্তর ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ক্ষুদ্রতর ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের ঠিক ৯ গুণ হইবে, কারণ ৯ এই রাশি ৩ এই রাশির বর্গ। এইরূপ হইবার কারণ কি তাহা কিঞ্চিৎ অনুধাবন করিলে সহজেই বুঝিতে পারা যাইবে। বৃহত্তর ত্রিভুজটীর যে ভুজটী ক্ষুদ্রতরটীর তৎসদৃশ ভুজের ত্রিগুণ সেইটীকে বৃহত্তরের ভূমি বলিয়া ধর, তাহা হইলে বৃহত্তটীর ভূমি ক্ষুদ্রতরটীর ভূমির ত্রিগুণ; আবার যেহেতু ত্রিভুজ দুইটী পরস্পর সদৃশ অতএব বৃহত্তরটীর উন্নতি ও ক্ষুদ্রতরটীর উন্নতির ত্রিগুণ; কিন্তু ত্রিভুজমাত্রের পরিমাণফল উহার ভূমি ও উন্নতি পরস্পর গুণ করিলে যাহা হয় তাহার অর্দ্ধেক; অতএব বৃহত্তরটীর ক্ষেত্রফল ক্ষুদ্রতরটীর ক্ষেত্রফলের ৯ গুণ হইবে ইহা স্পষ্টই বুঝা যাইতেছে। সদৃশ

ত্রিভুজদ্বয়ের উপর বর্গ অঙ্কিত করিয়া দেখিলে উহা আরও স্পষ্টরূপে সপ্রমাণ হইবে। আবার যদি দুইটী সদৃশ ত্রিভুজের মধ্যে একটীর একটী ভুজ অন্যটীর তৎসদৃশ ভুজের ৬ গুণ হয়, তাহা হইলে বৃহত্তটীর ক্ষেত্রফল ক্ষুদ্রতরটীর ক্ষেত্রফলের ৩৬ গুণ হইবে ইত্যাদি।)

উদাহরণ।

১। যে সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ১ ফুট, তাহার পরিমাণফল ·৪৩৩০১২৭ বর্গ ফুট; যে সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ ৭ ফুট; তাহার ক্ষেত্রফল কত?

$১^২ = ১$; $৭^২ = ৪৯$; অতএব ১ : ৪৯ :: ·৪৩৩০১২৭ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল;

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= ৪৯ \times ·৪৩৩০১২৭ = ২১·২১৭৬২২৩$ বর্গ ফুট।

(ইহা দ্বারা স্পষ্টই প্রতীত হইতেছে যে, কোন সমবাহু ত্রিভুজের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে উহার যে কোন একটী ভুজের বর্গকে ·৪৩৩০১২৭ দিয়া গুণ করিতে হইবে। গুণফল নির্ণেয় কালি হইবে।)

২। দুইটী পরস্পর সদৃশ সমকোণী ত্রিভুজের মধ্যে প্রথমটীর ভূমি ৬০ ফুট ও কর্ণরেখা ১০৯ ফুট, যদি দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফল ৩৫৬৫$\frac{৫}{৮}$ বর্গ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার কর্ণরেখা কত হইবে?

প্রথমটীর লম্ব $= \sqrt{(১৬৯ + ৪৯)} = ৯১$; অতএব উহার ক্ষেত্রফল $= \frac{৯১ \times ৬০}{২}$; আবার প্রথমটীর ক্ষেত্রফল : দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফল :: $১০৯^২$: দ্বিতীয়টীর কর্ণরেখার বর্গ।

৯১×৩০ : ৩৫৬৫$\frac{৫}{৮}$ :: $১০৯^২$: $১০৯^২ \times ৬৪ \div ৪৯$; অথবা ৪৯ : ৬৪ :: $১০৯^২$: $১০৯^২ \times ৬৪ \div ৪৯$;

অতএব দ্বিতীয়টীর কর্ণরেখা $= \sqrt{}$ (১০৯×৬৪÷৪৯) $=$ ২০৯×৮÷৭ $=$ ১২৪৪/৭ ফুট।

৩। একটী চতুর্ভুজক্ষেত্রের পরিমাণফল ২১৪০১/২; এবং উহার একটী কর্ণ ৬৩; এই ক্ষেত্রের সহিত সদৃশ এরূপ একটী চতুর্ভুজের পরিমাণফল নির্ণয় কর, যাহার সদৃশ কর্ণরেখা ৬১।

৬৩² : ৬১² :: ২১৪০১/২ : অন্যটীর ক্ষেত্রফল।

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $=$ ৬১²×২১৪০১/২÷৬৩² $=$ ২০০৬৩/৪।

সমুদয় বৃত্তক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ ক্ষেত্র। দুই বা ততোধিক বৃত্তক্ষেত্রের প্রত্যেকের ব্যাসার্দ্ধের বর্গ পরিমাণের পরস্পর যে অনুপাত, উহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফলেরও পরস্পর সেই অনুপাত। অর্থাৎ :—

একটী বৃত্তের ক্ষেত্রফল : আর একটী বৃত্তের ক্ষেত্রফল:: প্রথমটীর ব্যাসার্দ্ধের বর্গ: দ্বিতীয়টীর ব্যাসার্দ্ধের বর্গ।

উদাহরণ।

১। এরূপ একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ নির্ণয় কর, যাহার ৬০ অংশ পরিমিত কোণের একটী খণ্ডের পরিমাণফল ২০ বর্গ ইঞ্চি।

যদি বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১০ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে ৬০ অংশ পরিমিত কোণের খণ্ডের ক্ষেত্রফল ৯.০৬ বর্গ ইঞ্চি হইবে; অতএব ৯.০৬: ২০:: ১০০: নির্ণেয় ব্যাসার্দ্ধের বর্গ পরিমাণ। অতএব নির্ণেয় ব্যাসার্দ্ধের বর্গ $=$ ২০×১০০/৯.০৬ $=$ ২২০.৭৫;

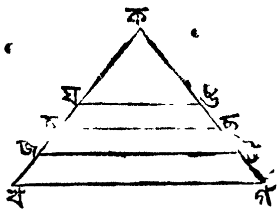
$\sqrt{}$(২২০.৭৫) $=$ ১৪.৮৫৭; অতএব নির্ণেয় ব্যাসার্দ্ধ $=$ ১৪.৮৫৭ ইঞ্চি।

বৃত্তক্ষেত্রের ন্যায় দুই বা ততোধিক বৃত্তচ্ছেদ, যাহাদের

অন্তর্গত কোণ পরস্পর সমান, তাহারা পরস্পর সদৃশক্ষেত্র। বৃত্তখণ্ড এইরূপে পরস্পর সদৃশ হয়। সদৃশ বৃত্তচ্ছেদ বা সদৃশ বৃত্তখণ্ড তাহাদিগের ব্যাসার্দ্ধের বর্গ পরিমাণের সহিত সমান অনুপাত বহন করে।)

বিবিধ উদাহরণ।

১। **কখগ** একটী ত্রিভুজ; ইহার **কখ** ভুজ ১০ ফুট; **খগ** ভূমির সহিত সমান্তর তিনটী ঋজুরেখা টানিয়া ত্রিভুজটীকে চারিটী সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে।



খগ ভূমির সহিত সমান্তর যে তিনটী ঋজুরেখা টানিতে হইবে তন্মধ্যে যেন **ঘঙ** ঋজুরেখা অপর দুইটী অপেক্ষা **ক** কোণের নিকটবর্ত্তী। তাহা হইলে **কঘঙ** ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের চতুর্থাংশ অর্থাৎ চারি ভাগের এক ভাগ। অতএব যদি সমগ্র ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলকে ১ ধরা যায় তাহা হইলে;

$১ : \frac{১}{৪} :: কখ^{২} : কঘ^{২}$;

$\therefore কঘ^{২} = \frac{১}{৪} \times কখ^{২} = \frac{১}{৪} \times ১০^{২} = \frac{১}{৪} \times ১০০ = ২৫$;

$\sqrt{২৫} = ৫$; অতএব $কঘ = ৫$ ফুট;

আবার যদি **চছ** ঋজুরেখা **ঘঙ** ঋজুরেখার অব্যবহিত পরবর্ত্তী হয়, তাহা হইলে $১ : \frac{২}{৪} :: কখ^{২} : কচ^{২}$: অতএব $কচ^{২} = \frac{২}{৪} \times কখ^{২} = \frac{১}{২} কখ^{২} = \frac{১}{২} \times ১০০ = ৫০$; অতএব $কচ = \sqrt{৫০} = ৭.০৭১০৬৭৮$ ফুট:

আবার **জট** ঋজুরেখা **চছ** ঋজুরেখার অব্যবহিত পরবর্ত্তী হইলে $১ : \frac{৩}{৪} :: কখ^{২}$: অতএব $কজ^{২} = \frac{৩}{৪} \times কখ^{২} = \frac{৩}{৪} \times ১০০ = ৭৫$ অতএব $কজ = \sqrt{৭৫} = ৮.৬৬০২৫৪০$ ফুট।

২। একটী তালুকের নক্সা করা হইয়াছে, উহাতে ২০ ফুট বুঝাইতে ১ ইঞ্চি স্থান ধরা হইয়াছে, অর্থাৎ নক্সার ১ ইঞ্চিতে আসলের কুড়ি ফুট বুঝিতে হইবে, নক্সাটীর কত খানি স্থানে আসলের ৮০০০ বর্গ গজ পরিমিত স্থান হইবে ?

২০ ফুট $=$ ২০ $\times$ ১২ $=$ ২৪০ ইঞ্চি :

অতএব ২৪০ $\times$ ২৪০ : ৮০০০ :: ১ : নির্ণেয় স্থান ;

অতএব নির্ণেয় স্থান $= \frac{৮০০০}{২৪০ \times ২৪০} = \frac{৮০}{২৪ \times ২৪} = \frac{১০}{২৪ \times ৩} = \frac{৫}{৩৬}$ । অর্থাৎ নির্ণেয় স্থান ১ বর্গগজ অর্থাৎ ৯ বর্গ ফুটের $\frac{৫}{৩৬}$ অংশ।

অতএব নির্ণেয় স্থান $= \frac{৫}{৩৬} \times ৯ = \frac{৫}{৪} =$ ১$\frac{১}{৪}$ বর্গফুট।

৩। যদি ম্যাপের ১ বর্গ ইঞ্চিতে আসলের ৪ বর্গ গজ হয়, তাহা হইলে কিরূপ পরিমাণের ফুটদ্বারা ম্যাপখানি অঙ্কিত হইয়াছে বল।

৪ বর্গ গজ $=$ ৪ $\times$ ৯ $\times$ ১৪৪ বর্গ ইঞ্চি ; $\sqrt{}$(৪ $\times$ ৯ $\times$ ১৪৪) $=$ ৭২ ; অতএব স্কেলটী ৭২ ইঞ্চিতে ১ ইঞ্চি মাপের ইহা স্পষ্টই প্রতীতি হইতেছে।

৪। একটী সমকোণী সমান্তরিক অর্থাৎ আয়তক্ষেত্রের ভুজদ্বয়ের পরস্পর অনুতাপ ৪ এবং ৫ এই দুই সংখ্যার পরস্পর অনুপাতের সহিত সমান, এবং ক্ষেত্রটীর পরিমাণফল ১৮০ বর্গ ফুট ; ভুজদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণ নির্ণয় কর।

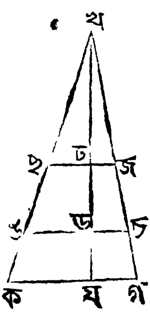
যদি আয়তক্ষেত্রের ভুজদ্বয় যথাক্রমে ৪ ও ৫ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল ২০ বর্গ ফুট হইবে ; অতএব ২০ : ১৮০ : $৪^{২}$: নির্ণেয় সদৃশ ভুজের বর্গ ;

অতএব নির্ণেয় সদৃশ ভুজের বর্গ $= \frac{৪^{২} \times ১৮০}{২০} = \frac{১৬ \times ১৮০}{২০} =$ ১৬ $\times$ ৯ $=$ ১৪৪ ; অতএব নির্ণেয় সদৃশ ভুজ $= \sqrt{}$(১৪৪) $=$ ১২ ফুট ; অতএব ৪ : ৫ :: ১২ : অপর ভুজ ;

অতএব অপর ভুজ $= \frac{৫ \times ১২}{৪} =$ ১৫ ফুট।

৫। একটী ত্রিভুজের উন্নতিপরিমাণ ১৭ ফুট, ত্রিভুজটীর ভূমির সহিত সমান্তর দুইটী ঋজুরেখা টানিয়া ত্রিভুজটীকে দুইটী সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে; বিভাগ করিলে প্রত্যেক অংশের উন্নতি কত হইবে?

মনে কর **কখগ** একটী ত্রিভুজ, **খঘ** ইহার লম্ব পরিমাণ অর্থাৎ উন্নতি; **ঘড**, **ডঢ** ও **খঢ** এই তিনটীর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে, এই তিনটীই যথাক্রমে **কচ**, **ঙজ**, এবং **খছ জ** এই তিন সমান ভাগের প্রত্যেকের উন্নতি, **খছজ**, **খঙচ**, ও **খকগ** এই তিনটী ত্রিভুজের পরস্পর সদৃশ, এবং উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফলের পরস্পর সম্বন্ধ, ১, ২, ও ৩ যথাক্রমে এই তিন রাশির পরস্পর সম্বন্ধের সহিত সমান। অতএব **খকগ** ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল : **খঙচ** ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল : : ১৭² : **খড**′ ; অর্থাৎ ৩ : ২ : : ১৭² : **খড**²; অতএব **খড**² $= \frac{০ \times ১৭ \times ১৭}{৩} =$ ১৯২$\frac{২}{৩}$; অতএব **খড** $= \sqrt{(১৯২\frac{২}{৩})} =$ ১৩.৮৮ ফুট। আবার **খকগ** ত্রিভুজ : **খছজ** ত্রিভুজ : : ১৭² : **খঢ**²; অর্থাৎ ৩ : ২ : : ১৭² : **খঢ**²; অতএব **খঢ**² $= \frac{১৭^২}{৩} =$ ৯৬$\frac{১}{৩}$, অতএব **খঢ** $= \sqrt{(৯৬\frac{১}{৩})} =$ ৯.৮১৫ ফুট; এক্ষণে **খঘ**—**খড** = ১৭—১৩.৮৮ = ৩.১২ ফুট = **ঘড** আবার **খড**—**খঢ** = ১৩.৮৮—৯.৮১৫ = ৪.০৬৫ ফুট = **ডঢ**, অতএব **খঢ** = ৯.৮১৫ ফুট; **ঢড** = ৪.০৬৫ ফুট; এবং **ডঘ** = ৩.১২ ফুট।



১৫ উদাহরণমালা।

১। একটী ক্ষেত্রের অন্যতম ভূজ ৪২০ লিঙ্ক, এই ক্ষেত্রটীর সদৃশ অপর একটী ক্ষেত্রের সদৃশ ভূজটীর ২৯৭ লিঙ্ক, ক্ষেত্রদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণফল পরস্পর তুলনা কর।

[উত্তর—দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফল প্রথমটীর ক্ষেত্রফলের প্রায় দ্বিগুণ]

২। প্রতি ইঞ্চিতে ২০ মাইল এইরূপ গজ দ্বারা বাঙ্গালা দেশের একখানি মানচিত্র অঙ্কিত হইয়াছে, এইরূপে সমগ্র ম্যাপ খানি সর্ব্বশুদ্ধ ১ বর্গ ফুট হইয়াছে; যদি প্রতি ইঞ্চিতে ২৫ মাইল এইরূপ স্কেলদ্বারা আঁকা যায়, তাহা হইলে ম্যাপ খানি কত টুকু স্থান ব্যাপিয়া থাকিবে? উত্তর—৯২·১৬ বর্গ ইঞ্চি।

৩। একটী চতুর্ভুজের চারিটী ভুজ যথাক্রমে ২৫, ২, ৬০, ও ৫৫ ফুট, ইহার পরিমাণফল ২১৪০½ বর্গ ফুট; এই চতুর্ভুজটীর সহিত সদৃশ অপর একটী চতুর্ভুজের পরিমাণফল ২০০৬¾ বর্গ ফুট; উহার ভুজচতুষ্টয়ের সমষ্টি কত হইবে? উত্তর—১৮৫·৯ ফুট।

৪। একটী বিষম ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের ক্ষুদ্রতম ভুজের পরিমাণ ৮½, মনে কর ইহার ক্ষেত্রফল ২ এই সংখ্যাদ্বারা প্রকাশিত হইতেছে, এই ক্ষেত্রটীর সহিত সদৃশ অপর একটী ঋজুরৈখিক ক্ষেত্রের ক্ষুদ্রতম ভুজ ১১½; এইটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উত্তর—৩·৬৬০৯।

৫। একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গ ফুট, ইহার সহিত অপর একটী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১৫০ বর্গ ফুট; উহাদের ভূমিদ্বয়ের পরস্পর কিরূপ অনুপাত হইবে?

উত্তর—১২০ : ৪৯; প্রায়।

৬। একটী ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৩৬০০ বর্গ গজ, এই ক্ষেত্র-

টীর ১০ ফুট ৯ ইঞ্চি মাপের গজদ্বারা আঁকিয়া ইহার মানচিত্র করা হইয়াছে, মানচিত্রের কত বর্গইঞ্চি পরিমিত স্থান উহাদ্বারা ব্যাপ্ত করা হইবে? উত্তর—৩২৪ বর্গ ইঞ্চি।

৭। একটী ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৬ একর. ক্ষেত্রটীকে ২০ ফুটে ১ ইঞ্চি মাপের স্কেলদ্বারা অঙ্কিত করা হইয়াছে; ইহা ম্যাপের কত টুকু স্থান অবরোধ করিবে?

উত্তর—৬৫৩.৪ বর্গ ইঞ্চি।

৮। একখানি মানচিত্রের প্রত্যেক বর্গ ইঞ্চি এক এক বর্গ গজ বুঝাইতেছে, কিরূপ মাপের স্কেলে উহা অঙ্কিত হইয়াছে বল। উত্তর—৩৬ ফুট ১ ইঞ্চি।

৯। একটী জমির মানচিত্র প্রস্তুত করা হইয়াছে, জমিখানি মানচিত্র অপেক্ষা ১০ হাজার গুণ বড়. এই ক্ষেত্রটীর ২০ পরিমিত স্থান বুঝাইতে মানচিত্রের কত টুকু স্থান লাগিবে?

উত্তর—৭.২ ইঞ্চি।

১০। একটী আয়তক্ষেত্রের দুই ভুজের পরস্পর অনুপাত ২:৩; আর উহার পরিমাণফল ২১০ বর্গ ফুট; উহার প্রত্যেক ভুজের পরিমাণ কত? উত্তর—১১.৮৩১ ও ১৭.৭৪৮ ফুট।

১১। একটী ত্রিভুজের ভুজত্রয়ের পরস্পর অনুপাত ১৩:১৪:১৫, এবং ইহার পরিমাণফল ২৪২৭৬ বর্গ ফুট; প্রত্যেক ভুজের পরিমাণ কত ফুট? উত্তর—২২১, ২৩৮ এবং ২৫৫ ফুট।

১২। একটী সমবাহু ত্রিভুজ ও একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজসমষ্টি অভিন্ন; উহাদের ক্ষেত্রফলদ্বয় পরস্পর তুলনা কর।

উত্তর—বর্গক্ষেত্র = ত্রিভুজ × ১.২২৯৯।

১৩। একটী বর্গক্ষেত্র ও একটী সম ষড়্ভুজ এই উভ-

য়ের ভুজসমষ্টি এক ও অভিন্ন; উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল পরস্পর তুলনা কর।

উত্তর—সম ষড়্ভুজ=বর্গক্ষেত্র × ১·১৫৪৭।

১৪। একটী বৃত্তের পরিধিপরিমাণ কোন একটী বর্গক্ষেত্রের ভুজসমষ্টির সহিত সমান; উহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল পরস্পর তুলনা কর। উত্তর—বৃত্ত=বর্গক্ষেত্র × ১·২৭৩২।

১৫। একটী সমবাহু ত্রিভুজের ভুজপরিমাণ কত হইলে, উহার ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গফুট হইবে? উত্তর—১৫·১৯৭ ফুট।

১৬। যদি কোন বৃত্তক্ষেত্রের ৯০ অংশ পরিমিত কোণবিশিষ্ট খণ্ডের পরিমাণফল ৫০ বর্গ ফুট হয়, তাহা হইলে বৃত্তটীর ব্যাসার্দ্ধ কত হইবে? উত্তর—১৩·২৩৬ ফুট।

চতুর্থ অধ্যায়।

জরিপ।

প্রথম পরিচ্ছেদ।

ভূমি মাপিবার প্রণালী।

ভূমি মাপিবার প্রণালীকে জরিপ কহে। কোন্ জমির আকার কিরূপ, তাহার কোন্ খানে কি পদার্থ আছে, তাহার কালি কত, এই সমুদায় বা এই সমুদায়ের কিয়দংশ বিষয়ের নিরূপণ করিবার জন্য জরিপের প্রয়োজন হয়। জরিপ করিবার পর অনেক ভূমির নকসা করিতে হয়, তাহার পর কালি করিতে হয়। আমাদের দেশে জরিপ করিবার তিন চারি প্রকার প্রণালী প্রচ-

লিত আছে। জরিপের প্রণালীভেদে জরিপ করিবার উপকরণও ভিন্ন ভিন্ন প্রকার হইয়া থাকে। আমাদের দেশের জমিদারেরা সচরাচর একপ্রকার রশিদ্বারা জমিদারী মহাল সকল জরিপ করাইয়া থাকেন, ঐ রশিকে জমিদারী রশি কহে। উহা সূতার দড়ি অথবা চর্ম্মদ্বারা নির্ম্মিত। উহা ৪০গজ অর্থাৎ ৮০ হাত লম্বা ও ২০ টী সমান অংশে বিভক্ত। প্রত্যেক অংশের নাম কাঠা। বাঙ্গালা দেশের অনেক স্থানেই প্রায় ঐ রশির ব্যবহার হইয়া থাকে। কোথাও কোথাও বা বাঁশের লগী অথবা নলদ্বারা জরিপ করা হয়। জরিপ ঠিক ও নির্ভুল করিতে হইলে জরিপী ফিতা ব্যবহার করিতে হয়। জরিপী ফিতাও চামড়া বা রজ্জুদ্বারা নির্ম্মিত। উহা ১০০ ফুট লম্বা, এবং প্রত্যেক ফুট দশটী সমান অংশে বিভক্ত। কিন্তু এক্ষণে উল্লিখিত উপকরণ দ্বারা জরিপ করিবার প্রথা প্রায়ই উঠিয়া গিয়াছে। আদালতের আমীনেরা গণ্টারের চেন নামক একপ্রকার শিকল দ্বারা জমি জরিপ করিয়া থাকেন। এই চেনই আজি কালি জরিপ করিবার একমাত্র উপকরণস্বরূপ ব্যবহৃত হইতে আরম্ভ হইয়াছে। সপ্তদশ শতাব্দের প্রারম্ভে এড্‌মণ্ড গণ্টর নামে এক ব্যক্তি ঐ চেনের সৃষ্টি করেন, এই জন্য ঐ চেন তাঁহার নামে অভিহিত হইয়াছে। গণ্টরের চেন সর্ব্বশুদ্ধ ৪ পোল অর্থাৎ ২২ গজ লম্বা, ইহা ১০০ সমান লিঙ্ক অর্থাৎ অংশে বিভক্ত, সুতরাং প্রত্যেক লিঙ্ক ১ গজের $\frac{২২}{১০০}$ অংশ লম্বা, অর্থাৎ ৭.৯২ ইঞ্চি লম্বা। মাপ করিবার সময় যে স্থানে মাপ আরম্ভ করিতে হইবে, যেখানে মাপ শেষ হইবে, অথবা যেখান হইতে দিক্ পরিবর্ত্ত করিয়া ভিন্ন দিকে মাপিয়া যাইতে হইবে, তত্তৎস্থানে এক একটী নিশান পুঁতিতে হয়।

গণ্টারের চেন সমুদয়ে ১০০ লিঙ্কে বিভক্ত, এই ১০০ লিঙ্কের

মধ্যে প্রতি দশ দশ লিঙ্ক এক একটী পিতলের আংটাদ্বারা যোড়া থাকে।

চেন দ্বারা ভূমি মাপ করিবার সময় জরিপ আমীন ১০ টী পিন ব্যবহার করিয়া থাকেন, এই দশটী পিন লৌহনির্ম্মিত ও সূচ্যগ্রবৎ। মাপিবার সময় এই গুলিকে ভূমিতে পুঁতিয়া ইহাদের প্রত্যেকের উপর এক একটী ছোট নিশান দিতে হয়, ভূমি অত্যন্ত কঠিন হইলে জরিপ করিবার খালাসীর হাতে হাতুড়ি থাকে, ঐ হাতুড়িদ্বারা পিন পুতিতে হয়।

চেন দ্বারা জরিপ করিবার প্রণালী।

ভূমি মাপিবার সময় অগ্রে, কোন্ স্থান হইতে মাপ আরম্ভ, আর কোন্ স্থানে মাপ শেষ করিতে হইবে, তাহা স্থির করিয়া লইতে হয়। যদি এই দুই স্থানে কোন বাড়ী গাছ প্রভৃতি কোন পদার্থ থাকে, তাহা হইলে উহা দ্বারাই ঐ দুই স্থান চিহ্নিত হয়, কিন্তু যদি না থাকে, তাহা হইলে তথায় একটী নিশান খাড়া করিয়া দিতে হয়। এই দুইটী স্থান বিশেষরূপে নির্দ্দিষ্ট হইলে, একজন খালাসী শিকলের এক মুড়া ধরিয়া মাপ আরম্ভ করিবার স্থানে দাঁড়ায় আর একজন খালাসী শিকলের অন্য মুড়া ধরিয়া মাপ শেষ করিবার স্থানের দিকে যাইতে থাকে। পাছের খালাসী পায়ের অগ্রভাগদ্বারা শিকলের এক মুড়া ধরিয়া একটী নিশান লইয়া দাঁড়ায়; এবং আগের খালাসী উল্লিখিত পিন দশটী ও শিকলের অপর মুড়া হাতে লইয়া অগ্রে যাইতে থাকে, এইরূপে অগ্রসর হইতে হইতে যখন শিকল গাছি শেষ হইয়া যায়, তখন এক শিকল ভোর মাপ বুঝিতে হইবে, অর্থাৎ শিকল গাছি মাটীতে শটান হইয়া পড়িলে আগের খালাসী তাহার হাতে

শিকলের যে মুড়া আছে, তথায় একটী পিন মারিবে। এইরূপে এক শিকল মাপ হইলে, পাছের খালাসী আপনার পায়ের নীচে হইতে শিকলের আংটা উঠাইয়া লইবে, এবং আর এক শিকল মাপিবার নিমিত্ত আগের খালাসীকে শিকল উঠাইয়া নিশানের দিকে চলিয়া যাইতে কহিবে। আগের খালাসী এইবারে পূর্ব্বের ন্যায় আবার শিকল হাতে করিয়া অগ্রে যাইতে থাকে, এবং শিকল শটান হইয়া মাটিতে পড়িলে আবার শেষের যায়-গায় একটী পিন মারিবে, এইরূপে ক্রমে মাপিতে মাপিতে মাপ আরম্ভের স্থান হইতে মাপ শেষ করিবার স্থান পর্য্যন্ত যাইলেই মাপ শেষ হইবে। একটী মাপ শেষ হইলে আবার আর একটী মাপ আরম্ভ করিবে। একটী মাপ শেষ করিয়া কয়টী পিন পোতা হইয়াছে গণনা করিলেই কয় গজ মাপ হইয়াছে তাহা নির্ণীত হইবে। সমগ্র চেনটী ১০০ ভাগে বিভক্ত; প্রত্যেক ভাগের দৈর্ঘ্য ৭·৯২ ইঞ্চি। সুতরাং চেনের দ্বারা বড় ও ছোট উভয় প্রকার মাপই অতি সহজে লইতে পারা যায়।

মাপ করিতে করিতে দশটী পিনই ফুরাইয়া গেলে পাছের খালাসী ক্রমে ক্রমে এক একটী করিয়া দশটী পিনই উঠাইয়া লইয়া, আগের খালাসীর হাতে দেয়, এবং আগের খালাসী পুনর্ব্বার পূর্ব্বের মত মাপ আরম্ভ করে। দশ চেন মাপ হইলেই জরিপ আমীন তাঁহার ফীল্ডবুক অর্থাৎ চিঠাপুস্তকে মাপ টুকিয়া রাখিবেন, এইরূপে যত চেন যত লিঙ্ক মাপ হইবে তাহা গণনা করিলেই মাপ শেষ হইবে।

মাপিবার সময় জরিপ আমীনের বিশেষরূপ সাবধান হইয়া মাপ করা উচিত, যে স্থান হইতে মাপ আরম্ভ করিয়া যে স্থানের দিকে মাপ যাইতেছে, মাপিবার সময় যাইতে চেন এদিক ওদিক

না যাইয়া ঠিক ঠিকানার দিকে যায়, তদ্বিষয়ে বিশেষ মনোযোগ করা কর্ত্তব্য, নতুবা মাপ কখনই ঠিক হইবে না। মাপ এক নিশানা হইতে আরম্ভ হইয়া ঠিক অন্য নিশানের দিকে যাইতেছে কি না, তাহা নির্ণয় করিবার জন্য সম্মুখের ঠিকানার সহিত সমসূত্রপাতে অবস্থিত অপর কোন একটী পদার্থ স্থির করিতে হয়, এরূপ করিলে যেখানে মাপের প্রতি সন্দেহ হইবে, সেই খানেই ঐ পদার্থ টির সহিত ও মাপের সহিত ঠিক আছে কি না দেখিলেই সন্দেহভঞ্জন হইবে।

দিক্ নির্ণয় করিবার জন্য চেনের সহিত কম্পাসও ব্যবহৃত হইয়া থাকে। কম্পাস একটী চুম্বকপ্রস্তরের শলাকামাত্র। উহাকে যে ভাবে স্থাপিত কর না কেন, চুম্বকের শলাকা সর্ব্বদাই ঠিক উত্তর দিকের অভিমুখে থাকিবে অতএব উহাদ্বারা মাপের কোন্ দিকে কি পদার্থ আছে, অথবা কোন্ পদার্থের কোন্ দিকে মাপ হইতেছে ইহা অনায়াসেই নির্ণয় করা যাইতে পারে।

যদি পরিমেয় ক্ষেত্র চারিকোণা হয় তাহা হইলে চতুর্ভুজের নিয়মানুসারে উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

উদাহরণ।

১। একটী চতুর্ভুজক্ষেত্র, ৮ চেন ৯৫ লিঙ্ক লম্বা, ও ৩ চেন ২৬ লিঙ্ক চওড়া; উহার পরিমাণফল কত?

৮ চেন ৯৫ লিঙ্ক=৮·৯৫ চেন; ৩ চেন ২৬ লিঙ্ক=৩·২৬ চেন;

অতএব ক্ষেত্রফল=দৈর্ঘ্য × বিস্তার=৮·৯৫ × ৩·২৬;

৮·৯৫
৩·২৬

৫৩৭০ অতএব ক্ষেত্রের পরিমাণফল=২৯·১৭৭০
১৭৯০ বর্গ চেন=২·৯১৭৭ একর=২ একর ৩ রুড,
২৬৮৫ ২৭ পোল।

২৯·১৭৭০

২। একটী ত্রিভুজাকার ধান্যক্ষেত্রের ভুজগুলি যথাক্রমে ৫·২ চেন, ৫·৬ চেন, ও ৬ চেন; জমির কালি কত?

৫·২ + ৫·৬ + ৬ = ১৬·৮ ; ½×১৬·৮ = ৮·৪ ;

৮·৪—৫·২ = ৩·২ ; ৮·৪—৫·৬ = ২·৮ ; ৮·৪—৬ = ২·৪ ;

৮·৪ × ৩·২×২·৮×২·৪ = ১৮০·৬৩৩৬ ;

√[১৮০·৬৩৩৬] = ১৩·৪৪ ;

অতএব ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ১৩·৪৪ বর্গ চেন = ১·৩৪৪ একর = ১ একর ১ রুড, ১৫·০৪ পোল।

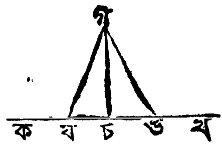
৩। একটী গোলাকার ফুলবাগানের ব্যাস ২ চেন ৫০ লিঙ্ক; উহার পরিমাণফল কত?

২·৫ × ২·৫×৩·১৪১৬ = ১৯·৬৩৫ ;

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ১৯·৬৩৫ বর্গ চেন = ১·৯৬৩৫ একর = ১ একর ৩ রুড ৩৪·১৬ পোল।

ত্রিভুজ, বিষম চতুর্ভুজ প্রভৃতি নানাবিধ ক্ষেত্রের পরিমাণফল নির্ণয় করিতে হইলে কতকগুলি লম্বরেখার মাপ লইতে হয়। যে লম্বরেখার মাপ লইতে হইবে উহা ঠিক কোন্ স্থানে অবস্থিত হইবে, তাহা নির্ণয় করিতে পারিলে পূর্ব্বোক্ত নিয়মানুসারে অনায়াসেই রেখাটীর দৈর্ঘ্য মাপিয়া লওয়া যায়। অতএব কি-প্রকারে লম্বের অবস্থানভাগ নির্ণয় করিতে হয়, নিম্নে তাহাই প্রদর্শিত হইতেছে।

কোন একটী নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার বহিস্থ কোন একটী বিন্দু হইতে উহার উপর লম্বরেখা টানিতে হইলে লম্বরেখাটী ঠিক কোন্ স্থানে অবস্থিত হইবে তাহা নির্ণয় করিতে হইবে।



মনে কর কখ একটী নির্দ্দিষ্ট ঋজু-রেখা, এবং গ উহার বহিস্থ নির্দ্দিষ্ট বিন্দু।

এক গাছি দড়ি লইয়া দুই সমান ভাগে মোড়, একজন খালাসী উহার মধ্যবিন্দুকে নির্দ্দিষ্ট গ বিন্দুতে চাপিয়া রাখুক, এবং আর দুইজন লোক দড়ি গাছিটীর দুইটী মুড়া ধরিয়া বিস্তৃত করিয়া ঘচঙ বিন্দুতে পিন মারুক। ঘঙ ঋজুরেখার মধ্যবিন্দু চ নির্ণয় কর, তাহা হইলে গচ নির্দ্দিষ্ট লম্ব হইবে।

যদি কোন ঋজুরেখাস্থ কোন একটী বিন্দু হইতে ঋজুরেখার সহিত সমকোণ করিয়া একটী ঋজুরেখা টানিবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে উপরিউক্ত প্রক্রিয়ার ঠিক উল্‌টা করিলেই উহা নির্ণীত হইবে, অর্থাৎ দড়িটীকে দুই খান করিয়া উহার দুইটী মুড়া নির্দ্দিষ্ট ঋজুরেখার দুইটী বিন্দুতে পিন মারিয়া রাখিয়া টানিয়া লইয়া গেলে যে স্থানে রসি গাছির মধ্যবিন্দুটী অবস্থিত হইবে, সেইখান হইতে লম্ব টানিলেই হইবে।

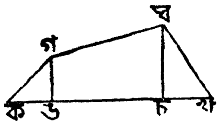
উদাহরণ।

১। একটি ত্রিভুজের ভূমি ১৩·২ চেন, ও খাড়াই ৮·৩ চেন, ত্রিভুজটির পরিমাণফল কত?

$$\frac{১}{২} \times ১৩·২ \times ৮·৩ = ৫৪·৭৮$$

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ৫৪·৭৮ বর্গ চেন = ৫৪·৭৮ একর = ৫ একর ১ রুড্ ৩৬·৪৮ পোল।

২। কখঘগ একটি চতুর্ভুজ ক্ষেত্র, গঙ ও ঘচ এই দুইটি কখ ঋজুরেখার উপর লম্ব; নিম্নলিখিত মাপগুলি লিঙ্কে লওয়া হইয়াছে।



কঙ = ১১২, কচ = ৪৪৮,
কখ = ৬২৬, গঙ = ২২৩,
ঘচ = ২৯৫:
অতএব ঙচ = ৩৩৬, চখ = ১৭৮,

অতএব ক্ষেত্রটী যে তিন ভাগে বিভক্ত হইয়াছে, তাহাদের প্রত্যেকের পরিমাণফল যথাক্রমে নিম্নলিখিত বর্গ লিঙ্ক হইবে।

কঙগ ত্রিভুজ = ½×১১২ × ২২৩ = ১২৪৮৮ ;

ঙচঘক ট্রাপীজিয়ড = ½×৩৩৬×৫১৮ = ৮৭০২৪ ;

ঘচখ ত্রিভুজ = ½×১৭৮×২৯৫ = ২৬২৫৫ ;

এই তিনটি সংখ্যার সমষ্টি = ১২৫৭৬৭ = ১·২৫৭৬৭ একর = ১·২৫৭৬৭×৩ = ৩·৭৭৩০১ বিঘা।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

ভূমিখণ্ডের দৈর্ঘ্য প্রস্থ, উন্নতি প্রভৃতি পরিমাণ নির্ণয়পূর্ব্বক উহার ক্ষেত্রফল বা সারা কালি স্থির করিতে হইলে প্রথমতঃ উক্ত পরিমাণগুলিকে একখানি কাগজ বা খাতায় তিনটি পাশাপাশী শ্রেণীতে লিখিয়া পরে তাহার নিম্নে কালি করিতে হয়। যে পুস্তক বা কাগজে ঐ সকল পরিমাণ লিখিত হয়, তাহাকে ফীল্ডবুক চিঠা বা মাপবহী কহে। জরিপ করিবার সময় যে ভূমিখণ্ড জরিপ হয়, জরিপের সঙ্গে সঙ্গে তাহার অনুরূপ চিহ্ন বা নক্সা প্রস্তুত হইতে পারে না, সুতরাং তৎকালে শিকল বা কোণবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে ভূমির কোণের যে যে অংশ ও দৈর্ঘ্য প্রস্থাদির যে পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা ফীল্ডবুকে পরিষ্কৃতরূপে লিখিতে হয়। পরে জরিপ সমাপ্ত হইলে ঐ চিঠা হইতে আবশ্যকমত নক্সা প্রস্তুত করিতে পারা যায়।

জরিপ করিবার সময় সর্ব্বপ্রথম পরিমেয় ক্ষেত্রের মধ্যে এক কোণ হইতে অপর কোণ পর্য্যন্ত একটি সোজা মাপ গ্রহণ করিতে হয়, এই মাপটিকে ভূমি অথবা বেস লাইন কহে। ভূমিটি ক্ষেত্রের অন্যান্য সমুদায় দৈর্ঘ্য অপেক্ষা অধিক হওয়া উচিত। ক্ষেত্র ত্রিভূজ হইলে প্রথমতঃ উহার দীর্ঘতম ভুজের মাপ লইতে হয়, সমবাহু প্রভৃতি ত্রিভুজের যে কোন একটি ভুজের মাপ লইলেই চলে। ক্ষেত্র বিষম চতুর্ভুজ বা বিষম বহু-ভূজ প্রভৃতি হইলে প্রথমে উহার দীর্ঘতম ভুজের মাপ লইতে হইবে। বেস লাইনের অপর একটি নাম চেন লাইন। বেস লাইন ব্যতীত আর যতগুলি মাপ লইতে হয়, সেইগুলি কতিপয় নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে উহার উপর লম্ব। এই সকল মাপ গৃহীত হইলে ঐ বেস লাইন ও লম্বসমূহ পরস্পর গণনা করিয়া কালি বাহির করা যায়।

ফীল্‌ডবুক বিলোমরূপে লিখিতে হয়, অর্থাৎ কাগজের নিম্নদেশ হইতে লিখিতে আরম্ভ করিয়া ক্রমশঃ উপরে উঠিতে হয়, কারণ জরিপ করিবার সময় জরিপ আমীনকে ক্রমশঃ অগ্র-সর হইতে হয়, কাজে কাজেই চিঠার অঙ্কপাত এই নিয়মে ক্রমশঃ নিম্ন হইলে উর্দ্ধে হইয়া থাকে। ফীল্‌ডবুকের প্রতি পৃষ্ঠায় তিনটি করিয়া স্তম্ভ, কলম বা শ্রেণী থাকে; মধ্যের স্তম্ভে ভূমি অর্থাৎ বেস লাইনের দৈর্ঘ্যপরিমাণ লিখিতে হয়, এবং চেন হইতে চেন লাইনের ডাহিন ও বাম দিকে যে সমস্ত লম্বপাত করা যায়, তৎসমুদায়ের পরিমাণ যথাক্রমে মধ্যস্তম্ভের ডাহিন ও বামদিকের স্তম্ভে লিখিত হইয়া থাকে। ক চিহ্নিত স্থান খ চিহ্নিত স্থান ইত্যাদি ০ ক, ০ খ এইরূপ সাঙ্কেতিক চিহ্ন দ্বারা প্রকাশিত হইয়া থাকে, এই সকল চিহ্নিত স্থানের নাম ষ্টেসন

বা ঠিকানা। জরিপের সময় চেন বা শিকল কোন্ দিকে যায়, তাহা দেখাইবার জন্য ফীল্ডবুকে "পশ্চিম" "পূর্ব্ব" "দক্ষিণ" "পশ্চিম" এইরূপ লিখিয়া রাখিতে হয়।

ফীল্ডবুকে কেবল দৈর্ঘ্য প্রস্থ খাড়াই প্রভৃতি কতকগুলি মাপ লিখিত থাকে এরূপ নহে, এতদ্ভিন্ন অন্যান্য অনেক বিষয় চিঠাতে লিখিয়া রাখিতে হয়, এই সকল বিষয় লিখিবার জন্য সচরাচব আর একটি অতিরিক্ত স্তম্ভ বা ঘর থাকে। উহাতে যাবতীয় মন্তব্য কথা লিখিতে হয়, এই সকল মন্তব্য বিষয় লিখিয়া রাখা আবশ্যক, নক্সা প্রস্তুত করিবার সময় এই সকল বিষয়ের সবিশেষ প্রয়োজন। যদি বেসলাইন কোন বেড়া, পথ, পয়নালা, বা নদীর উপর দিয়া অতিক্রম করে, তাহা হইলে এই বিষয়টি এই মন্তব্য স্তম্ভে লিখিতে হইবে, যদি নিকটে কোন ইমারত, পুরাতন গাছ, দেবোত্তর মন্দির দীঘি প্রভৃতি থাকে তাহাও এই স্তম্ভে টুকিয়া রাখিতে হয়, এইরূপ আবার এই সকল পদার্থের ব্যবধান ও মাপ প্রভৃতিও লিখিলে ভাল হয়।

জরিপ করিবার জন্য যে কয়টি মাপ লইবার প্রয়োজন হয়, জরিপ ঠিক ও নির্ভুল হইল কিনা নির্ণয় করিবার জন্য সচরাচর তদপেক্ষা অধিক সংখ্যক মাপ লইতে হয়। যে যে মাপ লইয়া জরিপ করিয়া যে যে কালি করা হইয়াছে, ঐ সকল কালি যদি উল্লিখিত অতিরিক্ত মাপগুলির সাহায্যে যে কালি পাওয়া যায়, তাহার সহিত অবিকল মিলিয়া যায়, তাহা হইলে জরিপ ঠিক হইয়াছে এরূপ বুঝিতে পারা যায়, তাহা না হইলে বুঝিতে হইবে যে জরিপ ভুল হইয়াছে, সুতরাং যেখানে ভুল গিয়াছে, তাহা শুদ্ধ করিয়া পুনর্ব্বার কালি করিতে হয়। মনে কর একটি ত্রভুজাকার ক্ষেত্রের কালি করিতে হইবে, এস্থলে ত্রিভুজের

তিনটি ভুজের মাপ লইয়া কালি করা হইল, এই কালি নির্ভুল হইল কিনা দেখিবার জন্য ত্রিভুজের ভূমি ও ভূমির সম্মুখীন কোণ হইতে উহার উপর পতিত লম্বের পরিমাণ গ্রহণ পূর্ব্বক কালি বাহির করিতে হয়, যদি উভয় প্রকার প্রণালীতেই কালি অবিকল একই হয়, তাহা হইলেই কালি ঠিক হইয়াছে বুঝিতে পারা যায়, নতুবা জরিপে ভুল গিয়াছে বুঝিয়া ভ্রমসংশোধন করিতে হয়। সকল প্রকার ক্ষেত্রেই এইরূপ করা আবশ্যক। ভুল গিয়াছে কিনা, তুলনা দ্বারা তাহা নির্দ্ধারণ করিবার জন্য যে সকল অতিরিক্ত মাপ গ্রহণ করিতে হয়, উহাদিগকে প্রামাণিক লাইন কহে। কোন্ প্রকার ক্ষেত্রের কিরূপে জরিপ করিতে হয়, তাহা ক্ষেত্রের আকার দেখিয়া কার্য্যদক্ষ আমীন সহজেই ঠিক করিয়া লইতে পারেন। সুতরাং এস্থলে তৎসমুদয় বিবৃত করিবার প্রয়োজন নাই। পূর্ব্বোক্ত পরিমিতির নিয়ম গুলি বিশেষরূপ বুঝিতে পারিলে কি প্রকারে কোন্ প্রকার ক্ষেত্রের জরিপ করিতে হয় তাহা ক্রমশঃ বুঝিতে পারা যাইবে। নিম্নে ফীল্‌ডবুকের দুই একটি উদাহরণ প্রদত্ত হইতেছে।

উদাহরণ।

১। **কগখঘ** বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটীর জরিপ করিয়া কালি করিতে হইবে, মনে কর ক্ষেত্রটীর **কখ** কর্ণটীকে বেস লাইন ধরিয়া লওয়া হইল।

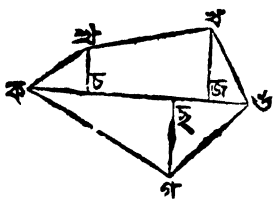
ফীল্ডবুক।

	কখ	
	৭৭৯	
গ পর্য্যন্ত২৬৬	৪৭৮	
	১৭৮	ঘ পর্য্যন্ত ৩৩৫
	ক	মাপ উ-প

এই ফীল্ডবুক খানির তাৎপর্য্য এই যে, ক হইতে জরিপ আরম্ভ করিয়া বরাবর উত্তর পশ্চিম অভিমুখে খ ষ্টেসনের দিকে অগ্রসর হইয়া কঙ মাপা হইল, কঙ=১৭৮ লিঙ্ক, পরে আমীন ঙ ষ্টেসন হইতে গ পর্য্যন্ত এড়ো মাপ লইল, এই এড়োমাপ ঙগ=২৬৬ লিঙ্ক; তাহার পর আবার ঙ ষ্টেসনে ফিরিয়া আসিয়া কচ রেখার মাপ লওয়া হইল, কচ=৪৭৮ লিঙ্ক; পরে ঘচ লম্বের মাপ লওয়া হইল, ঙচ=৩৩৫ লিঙ্ক; এবং পুনর্ব্বার চ ষ্টেসনে ফিরিয়া আসিবার পর সমগ্র কখ লাইনের মাপ লওয়া হইল, কখ=৭৭৯ লিঙ্ক।

অতএব কখ × ½ (গঙ+ঘচ) = ½ (৭৭৯×৬০১) = ২৩৪০৯০২ বর্গ লিঙ্ক = ২.৩৪০৯ একর = ২ একর ১ রুড, ১৪½ পোল।

	ঙ পর্য্যন্ত	
২৬০	১১২৫	
	৭৫০	
	৬২৫	২৫০ হইতে
খ পর্য্যন্ত ২৩০	৩০০	গ পর্য্যন্ত
	ক হইতে	



এই স্থলে জরিপ আমীন ক বিন্দুতে মাপ আরম্ভ করিয়া ঙ বিন্দুর দিকে অগ্রসর হইতেছে; কচ=৩০০ লিঙ্ক; চ বিন্দুতে একটী লম্ব মাপ লওয়া হইয়াছে ঐ লম্ব চখ=২৩০ লিঙ্ক; কছ=৬২৫ লিঙ্ক, এবং চ বিন্দুতে ছগ লম্ব=২৫০ লিঙ্ক; কজ=৭৫০ লিঙ্ক, এবং জ বিন্দুতে অবস্থিত জঘ লম্ব=২৬০ লিঙ্ক; কঙ=১১২৫ লিঙ্ক।

একণে কচখ ত্রিভুজ=½×৩০০×২৩০=৩৪৫০০ খঘচজ ট্রাপীজিয়ড=½×৪৫০×৪৯০=১১০২৫০;

জঘঙ ত্রিভুজ $= \frac{1}{2} \times$ ৩৭৫ $\times$ ২৬০ $=$ ৪৮৭৫০ ;

কঙগ ত্রিভুজ $= \frac{1}{2} \times$ ১১২৫ $\times$ ২৫০ $=$ ১৪০৬২৫ ;

অতএব সমগ্র ক্ষেত্রফল = ৩৩৪১২৫ লিঙ্ক = ৪·৩৪১২৫ একর = ৩ একর ১ রুড ১৪·৬ পোল।

১৬ উদাহরণমালা।

নিম্নলিখিত মাপগুলি দেখিয়া ক্ষেত্রগুলির নক্সা কর এবং কালি বাহির কর। মাপগুলি লিঙ্কে গৃহীত।

১।

	ঙ পর্য্যন্ত	
ঘ পর্য্যন্ত ১০০	৫৫০	
	৪০০	১১০ হইতে
খ ১৫৫	৩৫০	গ
	১৮০	(উত্তর-১ এ:
	ক হইতে	

২।

গ পর্য্যন্ত ৫০	ঙ পর্য্যন্ত	১৪০ হইতে ঘ
	৫০০	
খ ১৬০	২২০	[উত্তর—১ একরের ·৬২৬ ভাগ]
	১০০	
	ক হইতে	

৩।

	ঙ পর্য্যন্ত	১৮০ হইতে ঘ
গ পর্য্যন্ত ১৩৬	৩০০	
	২৪৩	১১২ হইতে খ
	১৬২	[উত্তর—১ একরের ·৫৬২৮৩ ভাগ]
	৬৬	
	ক হইতে	

৪।

	ঙ পর্য্যন্ত	৮০ হইতে য
খ পর্য্যন্ত	৪৫০	৯০ গ
২০০	২৯০	
	১৫০	
	ক হইতে	

[উত্তর—১একরের ·৭১৬৫· অংশ]

৫।

৮	৭৮	৪
১৪	৫৩	৮
৪	৩৬	৫
	২১	

[উত্তর—৭৬৬ বর্গ লিঙ্ক]

৬। নিম্নলিখিত মাপ হইতে **কখগ** ক্ষেত্রটীর নক্সা কর এবং উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১০	২৫০ ক
৫০	২০০
০	০
	· গ
	৩৯০ ক
০	২০০
৪০	১০০
৩০	০
১০	· খ
	৫৬০ খ
০	১০০
৩০	০
০	উত্তর ০
	৫২০ প
	ক

[উত্তর—১ একরের ·৬৬২ অংশ]